

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ДВУМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ СКВАЖИННОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

В.С. Могилатов, Г.М. Морозова, М.И. Эпов, Е.Ю. Антонов, А.С. Мартынов

*Институт геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск,
просп. Коптюга, 3, Россия*

Приведено решение двумерной задачи для нестационарного электромагнитного поля путем введения в первое уравнение Максвелла дополнительного стороннего тока, связанного с присутствием неоднородности. Результаты численного моделирования в двумерных моделях дополнены данными физического моделирования и скважинных экспериментов.

Нестационарное электромагнитное поле, удельное электрическое сопротивление, ферромагнетик, магнитная проницаемость.

TEM FIELD IN TWO-DIMENSIONAL MODELING AS APPLIED TO CASING DEFECTOSCOPY

V.S. Mogilatov, G.M. Morozova, M.I. Epov, E.Yu. Antonov, and A.S. Martynov

A solution to a 2D problem for TEM field has been obtained by introducing additional eddy currents induced by field disturbances into Maxwell's equation. The simulation results have been checked by physical modeling and log data.

TEM field, resistivity, ferromagnet, magnetic permeability

ВВЕДЕНИЕ

Одномерная кусочно-однородная, цилиндрически-слоистая среда в наших исследованиях является основной, базовой интерпретационной моделью. Эта упрощенная модель, описываемая кусочно-постоянными функциями $\sigma(r)$ и $\mu(r)$, является компромиссом между более сложно устроенной реальной средой и имеющимися возможностями оперативных расчетов в процессе интерпретации. Достаточно часто обнаруживается, что базовая модель недостаточна, но ее любое усложнение наталкивается на трудности численной реализации. Однако можно предположить, что возникающие проблемы, не решаемые в рамках базовой модели, все же имеют решение „вблизи“ нее. Мы предлагаем алгоритм учета некоторых возмущений геоэлектрической ситуации при использовании тех же математических средств (одномерных), что и для самой базовой модели.

ВТОРИЧНЫЕ ИСТОЧНИКИ И ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Базовая модель подразумевает квазистационарный, чисто электродинамический процесс и в целом можно говорить о базовой задаче, решение которой имеет известные интегральные представления [1]. Можно рассматривать возмущающий фактор как дополнительный сторонний ток в первом уравнении Максвелла [2].

Используем простой, но достаточно важный пример осесимметричной задачи. Источник (петля с током J , радиуса r_0 и на уровне z_0) в некоторый момент времени отключается. В этом случае электрическое поле в цилиндрической системе координат имеет только компоненту E_φ и базовое решение можно записать в виде

$$E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0) = J\varepsilon^0(r, z, r_0, z_0). \tag{1}$$

Допустим, что в кольцевой области с сечением $P(r, z)$ есть некоторый возмущающий по отношению к базовой модели фактор, и его влияние пропорционально электрическому полю (рис. 1). В этой области после выключения источника процесс описывается системой уравнений Максвелла. Первое уравнение выглядит следующим образом:

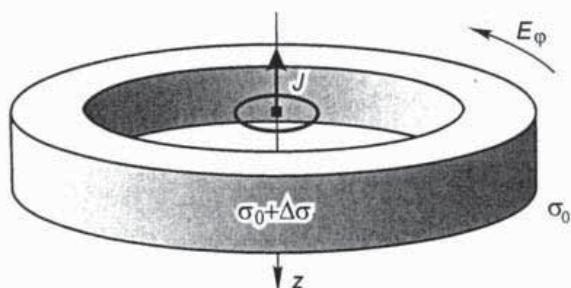


Рис. 1. Среда и возмущение.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma_0(z) \mathbf{E} + L[\mathbf{E}], \quad (2)$$

где L — линейный оператор. Поле можно представить, как сумму базового решения и аномальной части: $\mathbf{H} = \mathbf{H}^0 + \mathbf{h}$, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{e}$. Рассматривая слагаемое $L[\mathbf{E}]$ в уравнении (2) как плотность стороннего тока (токовые петли с переменным током) в базовой модели, получим следующее интегральное уравнение для полного поля:

$$E_\varphi(r, z, r_0, z_0, t) = E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0, t) + \iint_{S-\infty}^t L[E_\varphi(\hat{r}, \hat{z}, r_0, z_0, \tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} \varepsilon^0(r, z, \hat{r}, \hat{z}, t - \tau) d\tau d\hat{r} d\hat{z}. \quad (3)$$

Это интегральное уравнение получено из простых физических соображений (линейность и аддитивность по источнику). Таким образом, мы учли появление в базовой краевой задаче дополнительных источников, записав решение в виде интеграла от функции Грина. Ее роль играет функция $\frac{\partial}{\partial \tau} \varepsilon^0(r, z, \hat{r}, \hat{z}, t - \tau)$ — отклик среды на δ -импульс. При малых возмущениях можно заменить в подынтегральной функции полное поле нормальным. В таком случае получим приближенное решение в виде

$$E_\varphi(r, z, r_0, z_0, t) = E_\varphi^0(r, z, r_0, z_0, t) + J \iint_{S-\infty}^t L[\varepsilon^0(\hat{r}, \hat{z}, r_0, z_0, \tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} \varepsilon^0(r, z, \hat{r}, \hat{z}, t - \tau) d\tau d\hat{r} d\hat{z}. \quad (4)$$

Можно показать, что (4) — это линейная часть разложения решения интегрального уравнения (3) в ряд Неймана. Еще можно заметить, что это приближение соответствует известному борновскому приближению в теории рассеяния. Именно в этом смысле мы используем термин „линеаризация“.

Предлагаемый приближенный подход достаточно известен в геоэлектрике и давно уже применяется для создания быстрых процедур приближенного решения прямой задачи различной размерности по проводимости [3]. В англоязычной литературе методы интерпретации, основанные на использовании таких процедур, обозначаются общим термином „imaging“ (например, в [4]). На использовании линеаризованной постановки прямой и обратной задач может быть построена также томографическая инверсия [5].

Отметим, что соотношения (3) и (4) дают возможность для решения разнообразных задач. Так, принимая дополнительный сторонний ток в виде $I[\mathbf{E}] = \Delta\sigma(r, z) \mathbf{E}$ или $I[\mathbf{E}] = -\varepsilon \cdot \partial \mathbf{E} / \partial t$, или $L[\mathbf{E}] = \int K_{\text{ВП}} \mathbf{E} dt$, можно построить алгоритмы для учета возмущений проводимости, квазистационарного вклада токов смещения или влияния вызванной поляризации (ВП) во временной области.

В случае электромагнитной дефектоскопии обсадных колонн скважин следует ожидать также локальных возмущений магнитной проницаемости. Тогда необходимо рассматривать дополнительные члены уже во втором уравнении Максвелла (сторонняя магнитная индукция в неоднородной области).

ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕМАГНИТНОЙ КОЛОННЫ

Представим колонну как цилиндрическую S -пленку. Как показано в работе [1], переходный процесс внутри цилиндра описывается выражением

$$E_\varphi = J\varepsilon(r, z, r_0, z_0, t), \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{r_0}{\pi S r_1} \int_0^\infty \cos(z, \lambda) \cos(z_0, \lambda) \frac{I_1(r, \lambda) I_1(r_0, \lambda)}{[I_1(r_1, \lambda)]^2} e^{-\alpha t} d\lambda, \quad (6)$$

где $\alpha = 1/(\mu_0 S r_1 I_1(r_1, \lambda) K_1(r_1, \lambda))$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость воздуха, S — интегральная проводимость трубы, r_1 — радиус трубы, r, z — координаты точки наблюдения, r_0, z_0 — координаты источника (токовое кольцо), I_1, K_1 — модифицированные функции Бесселя.

Если в цилиндре имеется кольцевая неоднородность при $z = \hat{z}$ в виде кольца с дополнительной продольной проводимости ΔS и высотой Δz , то это эквивалентно дополнительному источнику — кольцу с переменным током

$$\Delta J(r_1, \hat{z}, t) = J \cdot \varepsilon(r_1, \hat{z}, r_0, z_0, t) \Delta S \Delta z. \quad (7)$$

Мы должны учесть вклад этого вторичного источника в процесс становления с помощью интеграла свертки. Обычный прием состоит в том, чтобы рассмотреть сначала вклад элементарного прямоугольного импульса длительностью $\Delta\tau$, а именно:

$$\Delta E_{\phi}^a = J [\varepsilon(r_1, \hat{z}, r_0, z_0, \tau) - \varepsilon(r_1, \hat{z}, r_0, z_0, t)] \Delta S d\hat{z}'_{\tau}(r, z, r_1, \hat{z}, t - \tau) \Delta \tau. \quad (8)$$

Далее, интегрируя по τ , для прямоугольного возмущения параметра S (ΔS в области $z_1 \leq z \leq z_2$) получим для аномальной величины ЭДС в приемной петле радиуса r следующее выражение:

$$\Delta \text{ЭДС} = 2\pi r \int_{z_1-\infty}^{z_2} \int_{t'}^t \Delta E_{\phi}^a d\hat{z} d\tau. \quad (9)$$

Подставляя (8) в (9), получим:

$$\Delta \text{ЭДС} = \frac{J \Delta S r r_k}{S^2 r_1} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \cos(z, \lambda) \cos(z_0, \hat{\lambda}) \frac{I_1(r, \lambda) I_1(r_k, \hat{\lambda})}{I_1(r_1, \lambda) I_1(r_1, \hat{\lambda})} Z(z_1, z_2) T(t) d\lambda d\hat{\lambda}. \quad (10)$$

Здесь

$$T(t) = \frac{\alpha(\lambda)}{\alpha(\hat{\lambda}) - \alpha(\lambda)} [e^{-\alpha(\lambda)t} - e^{-\alpha(\hat{\lambda})t}],$$

$$Z(z_1, z_2) = \left\{ \frac{\sin[z(\hat{\lambda} - \lambda)]}{2(\hat{\lambda} - \lambda)} + \frac{\sin[z(\hat{\lambda} + \lambda)]}{2(\hat{\lambda} + \lambda)} \right\} \Big|_{z_1}^{z_2},$$

если $\lambda \neq \hat{\lambda}$, иначе $T(t) = at \exp(-\alpha t)$, $Z(z_1, z_2) = \left[\frac{z}{2} + \frac{\sin(2z\lambda)}{4\lambda} \right] \Big|_{z_1}^{z_2}$.

Численный расчет аномальной ЭДС (10) не представляет каких-либо трудностей.

ЧИСЛЕННОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОЙ СИТУАЦИИ

Рассмотрим данные численного моделирования для проводящего немагнитного цилиндра с ограниченными круговыми вставками со значениями интегральных проводимостей S аномальной (S_a) меньшими и большими, чем интегральная проводимость однородного цилиндра S (см. рис. 1). Моделирование осуществлялось для зонда, состоящего из трех соосных петель: двух питающих и одной приемной. Расстояние между питающими петлями составляло 29 мм. Приемная петля расположена посередине, расстояние от каждой из питающих — 14,5 мм. При такой конструкции зонд позволяет измерять удвоенное полное поле от двух питающих петель и разностное, дифференциальное поле двух питающих петель. На рис. 2 приведены временные срезы нестационарного сигнала при измерении поля по профилю вдоль цилиндра с шагом в 0,01 м. Между отметками 0,40 м и 0,50 м находилась неоднородность с интегральной проводимостью $S_a > S$ и $S_a < S$. Вследствие того, что поле на ранних времена пропорционально $1/S$, аномальное поле уменьшается над более проводящей неоднородностью ($S_a > S$) и увеличивается

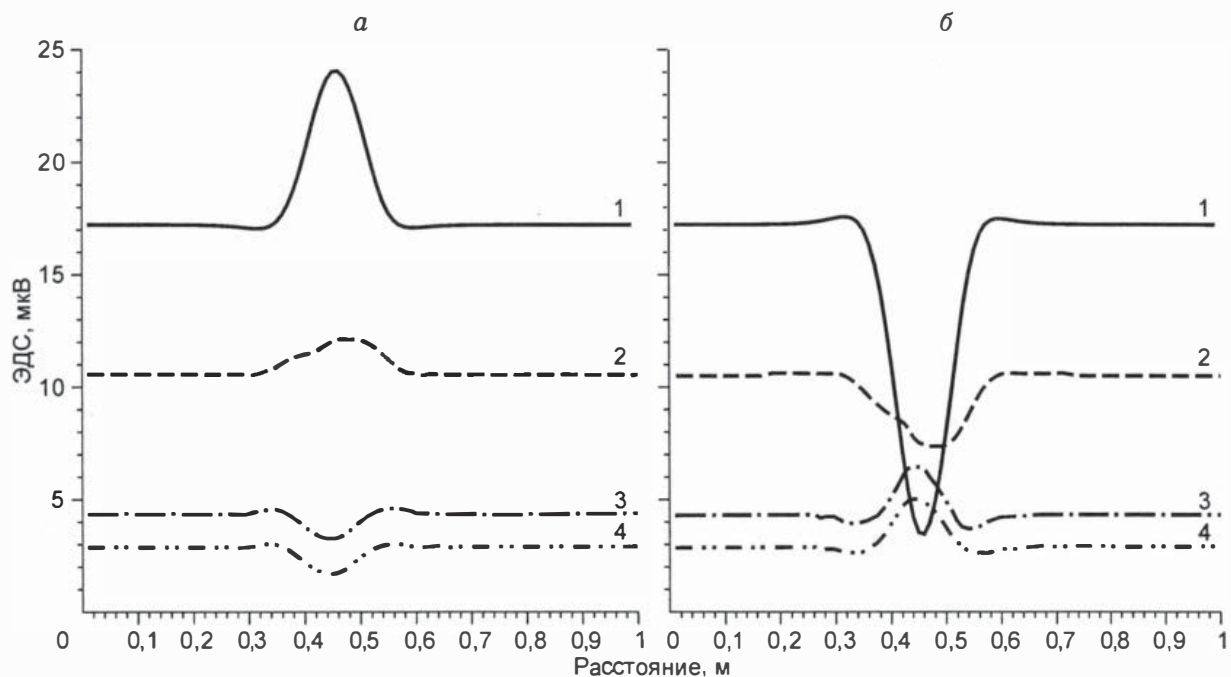


Рис. 2. Зависимость нестационарной ЭДС от проводимости неоднородности.

a — $S_a = 2S$, b — $S_a = S/2$; шифр кривых (1—4) — время измерения сигнала, мс.

Рис. 3. Зависимость полного сигнала от ширины неоднородности, см.

над менее проводящей неоднородностью ($S_a < S$). С увеличением времени знак аномалии меняется, что соответствует известному факту пропорциональности нестационарного поля на поздних временах удельной, или интегральной проводимости. Положение максимума поля на срезах соответствует середине неоднородности. Характер аномального поля не меняется с изменением ширины неоднородности. На рис. 3 приведены три временных среза при различной ширине неоднородности. Максимум, или минимум поля, в зависимости от проводимости неоднородности, по-прежнему, отвечает ее середине.

Иной вид имеют графики временных срезов дифференциального поля. Над неоднородностью поле представляется максимумом и минимумом с точкой перегиба, отвечающей центру неоднородности. На рис. 4 показаны временные срезы поля для модели с неоднородностями шириной 5 и 10 см. Зависимость дифференциального поля от ширины неоднородности показана также на рис. 5. Координаты минимума и максимума соответствуют краям неоднородности.

Точность приближенного линейаризованного подхода и область его применимости в общем случае оценить довольно сложно. Мы предлагаем для тонкостенной трубы пользоваться условием $\Delta S \cdot \Delta z / (S r_1) < 1$ (ΔS — значение возмущения проводимости, Δz — ширина возмущенной кольцевой области, S — нормальная продольная проводимость трубы и r_1 — ее радиус). Данные о поведении нестационарного поля в двумерных моделях, полученные средствами математического моделирования, подтверждаются качественно и количественно результатами лабораторного физического моделирования, на которых мы ниже остановимся.

Физическая модель представляла медный цилиндр с толщиной стенки 0,0095 м, радиусом 0,091 м и интегральной проводимостью $S = 51630$ См. Цилиндрическая неоднородность с интегральной проводимостью 77445 См находилась между отметками 0,4 и 0,5 м. На рис. 6, а–в приведены результаты измерений на оси цилиндра и диаграммы ЭДС на фиксированных временах. По оси абсцисс отложены расстояния от края модели до приемной рамки. Как и ранее, при численном моделировании, увеличение интегральной проводимости S приводит к появлению минимума на ранних временах и максимума — на поздних. Есть область времен (3—3,5 мс), когда на сигнал практически не влияет проводимость, и он определяется лишь геометрией (рис. 6, б, в). По-прежнему максимум полного поля соответствует середине неоднородности. На поздних временах полезный сигнал составляет единицы микровольт, и данные осложнены высокочастотной помехой. В правой части рисунка показано поведение нестационарного сигнала при выходе прибора за край цилиндра.

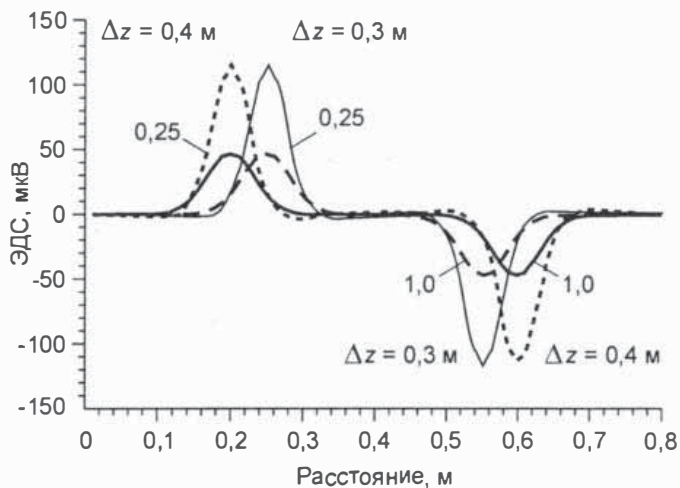
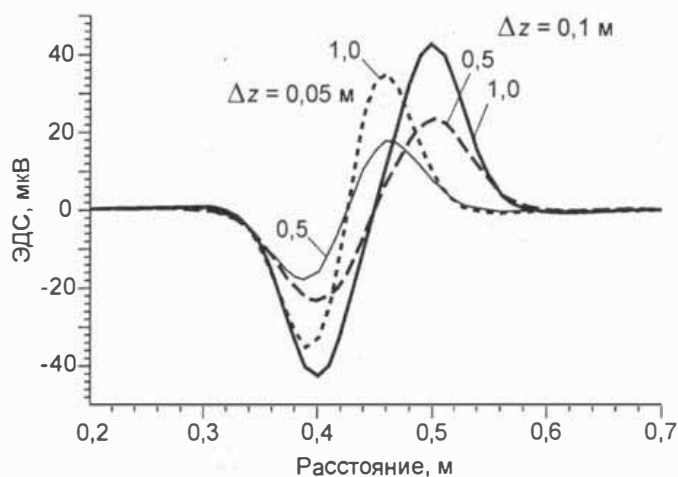
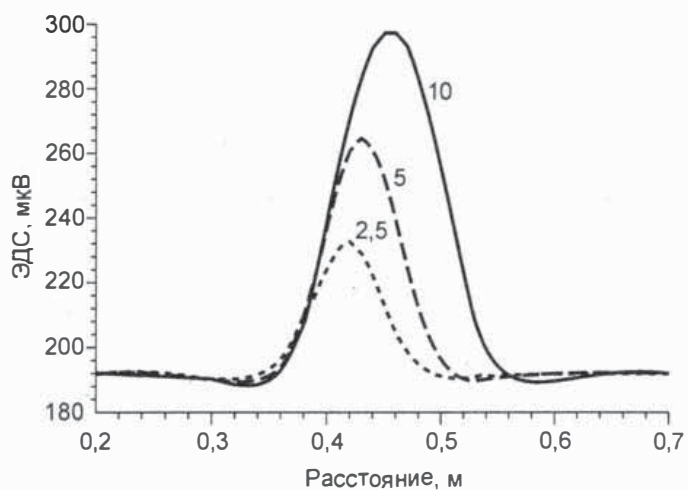


Рис. 4. Временные срезы дифференциального поля (мс).

Рис. 5. Временные срезы (мс) дифференциального сигнала в зависимости от ширины неоднородности.

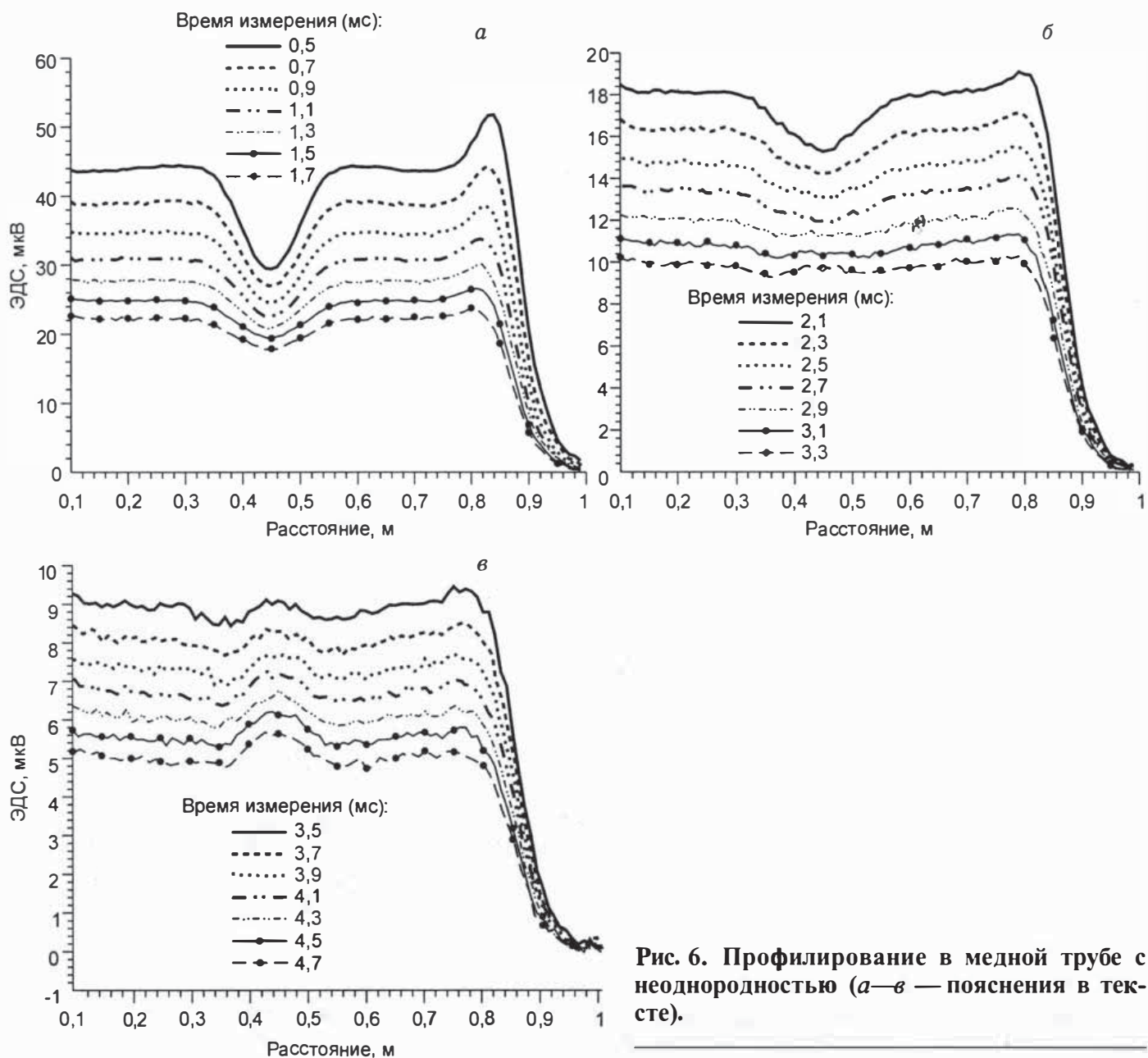


Рис. 6. Профилирование в медной трубе с неоднородностью (а—в — пояснения в тексте).

До сих пор мы рассматривали переходные процессы в неоднородной проводящей немагнитной модели. Измерения в скважинах позволили оценить влияние на сигнал двумерной неоднородности в ферромагнитной модели. Так, в местах соединения двух колонн отмечается значительное увеличение нестационарного сигнала, начиная с самых ранних времен. Колонны соединяются муфтами (рис. 7). Если колонны соединены вплотную, то аномального поля на ранних временах не должно быть, поскольку глубина проникновения значительно меньше, чем толщина стенки колонны. Приведем значения глубины проникновения (м) в рабочем диапазоне времен при удельном сопротивлении металла $1,3 \cdot 10^{-7}$ Ом·м в зависимости от $\mu = \mu_a \mu_0$, где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость.

Глубина проникновения поля в зависимости от магнитной проницаемости

t , мс	$\mu = \mu_0$	$\mu = 25\mu_0$	$\mu = 100\mu_0$
0,1	0,0018	0,00036	0,00018
0,4	0,0036	0,00072	0,00036
1,6	0,0072	0,00144	0,00072
6,4	0,0144	0,00288	0,00144
25,6	0,0288	0,00576	0,00288

Как видно, при магнитных проницаемостях колонн, близких к $\mu = 100\mu_0$, глубина проникновения на поздних временах (~ 25 мс) составляет около 3 мм и поэтому наличие муфты повлиять на сигнал не может.

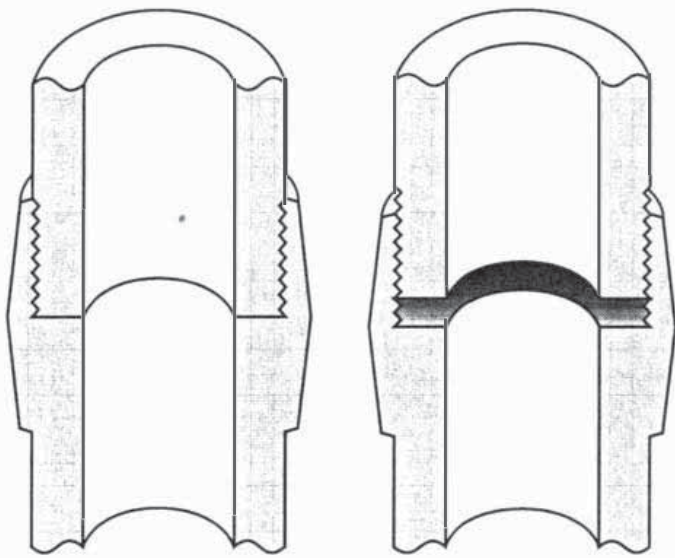


Рис. 7. Появление аномального сигнала при неполном соединении колонн.

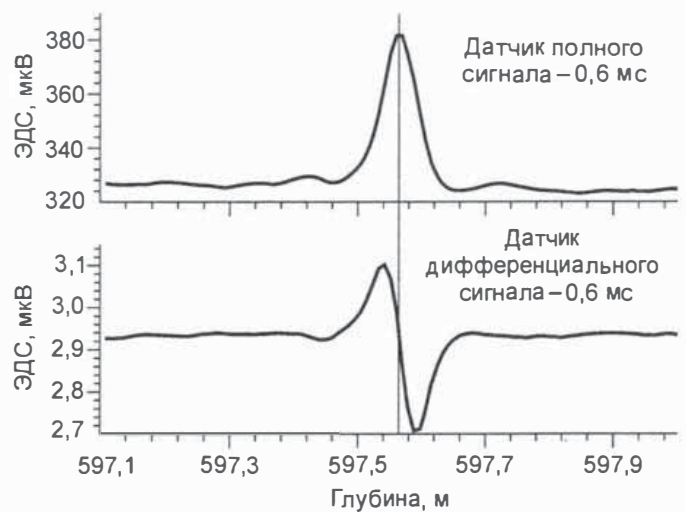


Рис. 8. Диаграммы скважинных измерений полного и дифференциального сигналов в области соединения колонн.

Наиболее вероятно аномалия измеряемого сигнала возникает из-за „недоворота“ муфты (см. рис. 7,б), вследствие чего образуется двумерная неоднородность, связанная с дефицитом проводимости. На рис. 8 приведена экспериментальная диаграмма. Положительная аномалия полного поля на временных срезах отмечает положение муфты. Как на теоретических, так и на физических немагнитных моделях дифференциальное поле имеет минимум и максимум, а положение точки перегиба соответствует положению максимума полного поля и приурочено к середине муфты.

ВЫВОДЫ

Полученное приближенное решение двумерной задачи на основе борновского приближения удовлетворительно описывает поле в неоднородной двумерной модели.

В результате проведенного численного анализа нестационарного поля для цилиндрических моделей, установлены связи аномального поля с параметрами неоднородностей моделей.

Данные физического моделирования и полевого эксперимента на немагнитных и ферромагнитных моделях подтверждают зависимости измеренного нестационарного сигнала от параметров неоднородности, выявленные при математическом моделировании.

Авторы выражают благодарность В.Ф. Польшгалову за конструктивные замечания, позволившие улучшить рукопись статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Морозова Г.М., Польшгалов В.Ф., Эпов М.И., Могилатов В.С. Нестационарное электромагнитное поле токового контура, расположенного на оси полого проводящего магнитного цилиндра (решение и приложения задачи) // Геология и геофизика, 2000, т. 41, № 11, с. 1492—1500.
2. Могилатов В.С. Вторичные источники и линеаризация в задачах геоэлектрики // Геология и геофизика, 1999, т. 40, № 7, с. 1102—1108.
3. Могилатов В.С. Возбуждение электромагнитного поля в слоистой земле горизонтальным токовым листом // Изв. РАН, Сер. Физика Земли, 1998, № 5, с. 45—53.
4. Christensen N.B. Imaging of transient electromagnetic soundings using a scaled Fréchet derivative // Inverse methods — interdisciplinary Elements of Methodology. Computation and Application. Lecture notes in Earth sciences / B.H. Jacobsen, K. Mosegaard, P. Sibani (Eds.). Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 1996, p. 205—214.
5. Zhou Qiang, Becker Alex, Morrison H.F. Audio-frequency electromagnetic tomography in 2-D // Geophysics, 1993, v. 58, № 4, p. 482—495.