

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ПОЛЕ КРУГОВОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ ЗЕМЛЕ

В. С. Могилатов

*Институт геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, Университетский пр., 3, Россия*

Рассматривается нестационарное электромагнитное поле кругового электрического диполя (КЭД) в частотной и во временной областях. ТМ-поле, возбуждаемое таким источником, не имеет квазистационарных магнитных компонент на дневной поверхности и выше. В низкочастотной области КЭД является аналогом заземленной вертикальной электрической линии. В высокочастотной области для малоглубинных зондирований, представляет интерес незаземляемый вариант КЭД в качестве малошумящего „георадара“.

*Электроразведка, зондирования вертикальными токами, круговой электрический диполь*

V. S. Mogilatov

### NONSTATIONARY FIELD OF THE CIRCULAR ELECTRIC DIPOLE IN THE HOMOGENEOUS EARTH

The electromagnetic field of the circular electric dipole (CED) is considered in both frequency and time domains with due regard for displacement currents. The normal magnetic field on the Earth's surface (and above it) of a horizontally layered medium is absent (within a quasi-static approximation). The CED can also be considered a ground analogue of another known source, a vertical electric line. An ungrounded CED array is an interesting alternative in high frequency domain as a low-noise radar.

*Electrical prospecting, vertical electric current soundings, circular electric dipole*

В первой работе [1] с описанием нового, чисто гальванического способа возбуждения электромагнитного поля в земле путем применения кругового электрического диполя (КЭД) использовался квазистационарный подход. Однако отклик среды от этого источника, возбуждающего только ТМ-поле (transverse magnetic), в большей степени определяется токами смещения, нежели в случае хорошо известного, чисто индуктивного источника — токовой петли, возбуждающего только ТЕ-поле (transverse electric). Здесь приводятся некоторые результаты исследования ТМ-поля в области высоких частот при гармоническом возбуждении и на сверхдлинных временах при импульсном возбуждении.

### ГАРМОНИЧЕСКИЙ РЕЖИМ

В этом разделе мы использовали (получив соответствующее разрешение автора) текст частного сообщения от профессора Дж. Р. Уэйта (Аризонский университет), который любезно откликнулся на наше сообщение о круговом электрическом диполе. Предложенный им подход очень удобен при описании нестационарного поля КЭД.

Итак, модель, которую мы сейчас используем, весьма проста. Как показано на рис. 1, радиальный ток с поверхностной плотностью  $j_r(r)$  в А/м сосредоточен на границе между двумя однородными полупространствами. Верхняя область ( $z > 0$ ), которую мы предлагаем как воздух, имеет диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_0$  и магнитную проницаемость  $\mu_0$ . Нижняя проводящая область (земля) обладает диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , проводимостью  $\sigma_1$  и магнитной проницаемостью также  $\mu_0$ . Наша цель — получить выражения для полей всюду в зависимости от распределения тока  $j_r(r)$ . Временной фактор возьмем в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega$  — угловая частота.

Из-за азимутальной симметрии достаточно определить вектор-потенциал, который имеет только  $z$ -компоненту. Тогда ненулевые компоненты поля есть

$$E_r = \frac{1}{\hat{\sigma}_j} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial r \partial z}, \quad (1)$$

$$E_z = \frac{1}{\hat{\sigma}_j} \cdot \left( -k_j^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A, \quad (2)$$

$$H_\varphi = -\frac{\partial A}{\partial r}, \quad (3)$$

где  $k_j^2 = i\omega \hat{\sigma}_j \mu_0$ ,  $\hat{\sigma}_j = \sigma_j + i\omega \epsilon_j$  и  $\sigma_0 = 0$  (воздух).

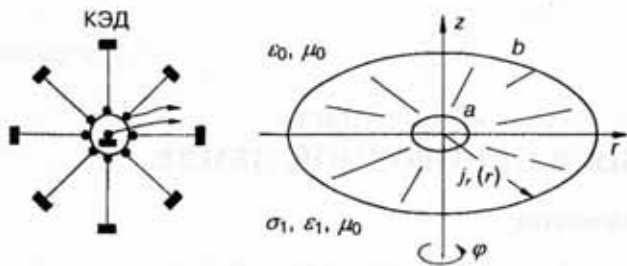


Рис. 1. Среда, источник и система координат.

Первое граничное условие очень простое и состоит в том, что компонента  $E_r$  непрерывна при переходе границы  $z = 0$ , т. е.

$$E_r(z = +0) - E_r(z = -0) = 0. \quad (4)$$

Второе граничное условие есть следствие уравнений Максвелла и требует, чтобы

$$H_\varphi(z = +0) - H_\varphi(z = -0) = -j_r(r). \quad (5)$$

Применим эти граничные условия, используя следующие интегральные представления для вектора-потенциала:

$$A = \int_0^\infty f_0(\lambda) \cdot \exp(-u_0 z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda, \quad z > 0; \quad (6)$$

$$A = \int_0^\infty f_1(\lambda) \cdot \exp(+u_1 z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda, \quad z < 0, \quad (7)$$

где  $u_j = (\lambda^2 + k_j^2)^{1/2}$ , ( $j = 0, 1$ ).  $J_0(\lambda r)$  — есть функция Бесселя нулевого порядка, соответствующая тому, что  $A$  удовлетворяет уравнению  $(\nabla^2 - k_j^2)A = 0$ .

Теперь нужно определить  $f_0(\lambda)$  и  $f_1(\lambda)$ . Используя (1) и (3), мы получим, что

$$\frac{f_0(\lambda)}{f_1(\lambda)} = -\frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{\sigma}_1} \cdot \frac{u_1}{u_0}. \quad (8)$$

Кроме того, используя (3) и (5), мы потребуем, чтобы

$$\int_0^\infty [f_0(\lambda) - f_1(\lambda)] \cdot \lambda \cdot J_1(\lambda r) \cdot d\lambda = -j_r(r). \quad (9)$$

Обращение этого выражения дает

$$f_0(\lambda) - f_1(\lambda) = S(\lambda), \quad (10)$$

где

$$S(\lambda) = \int_0^\infty j_r(r) \cdot r \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr. \quad (11)$$

Из (8) и (10) мы получаем:

$$f_0(\lambda) = \frac{-\hat{\sigma}_0 u_1 S(\lambda)}{\hat{\sigma}_1 u_0 + \hat{\sigma}_0 u_1}, \quad (12)$$

$$f_1(\lambda) = \frac{\hat{\sigma}_1 u_0 S(\lambda)}{\hat{\sigma}_1 u_0 + \hat{\sigma}_0 u_1}. \quad (13)$$

Подставив эти выражения в (6) и (7), мы имеем формально решение для вектора-потенциала, пригодное для любого распределения радиальной плотности тока  $j_r(r)$ . Все компоненты поля можно получить посредством операций, указанных в (1—3).

Сейчас мы определим радиальную плотность как

$$j_r(r) = I_0 / (2\pi r) \quad \text{для } a \leq r \leq b, \quad (14)$$

$$j_r(r) = 0 \quad \text{для } r < a \text{ и } r > b,$$

где  $I_0$  — полный ток. В этом случае

$$S(\lambda) = \frac{I_0}{2\pi} \cdot \int_a^b J_1(\lambda r) dr = \frac{I_0}{2\pi\lambda} \cdot [J_0(\lambda a) - J_0(\lambda b)]. \quad (15)$$

Это выражение для  $S(\lambda)$  соответствует паре кольцевых заземленных электродов с радиусами  $a$  и  $b$ . Для сохранения симметрии они должны подключаться большим числом изолированных проводов, радиально расположенных, подводящих общий ток  $I_0$ . Если  $a \rightarrow 0$ , мы имеем точечный электрод в центре и  $J_0(\lambda a) = 1$ . Если мы далее примем  $\lambda b \ll 1$ , то  $J_0(\lambda b) \approx 1 - \lambda^2 b^2/4$  и тогда

$$S(\lambda) \approx \frac{I_0 \lambda b^2}{8\pi}. \quad (16)$$

Это приближение справедливо при  $b \ll r$  (т. е. радиальная координата точки наблюдения много больше, чем радиус внешнего кольцевого электрода). Для упрощения последующего рассмотрения, мы принимаем это в дальнейшем.

Для многих геофизических приложений может быть сделано и другое упрощение. Если  $|k_0 r| \ll 1$  (т. е.  $r$  много меньше, чем длина волны в воздухе), можно положить  $u_0 \equiv \lambda$ . Однако заметим, что токи смещения при этом не игнорируются. Мы будем говорить, что нижнее полупространство принимается хорошо проводящим в смысле, что  $|\hat{\sigma}_1| \equiv |\sigma_1 + i\omega\epsilon_1| \gg \epsilon_0\omega$ . С учетом этих условий (12) и (13) упрощаются:

$$f_0(\lambda) \equiv -\frac{\hat{\sigma}_0 u_1 S(\lambda)}{\hat{\sigma}_1} \quad (17)$$

и

$$f(\lambda) \equiv S(\lambda). \quad (18)$$

Теперь вместо (6) и (7) получаем:  
для  $z > 0$

$$A \equiv -\frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{\sigma}_1} \cdot \int_0^\infty S(\lambda) \cdot \frac{u_1}{\lambda} \exp(-\lambda z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda \quad (19)$$

и для  $z < 0$

$$A \equiv \int_0^\infty S(\lambda) \cdot \exp(u_1 z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda. \quad (20)$$

Если мы примем в дальнейшем  $a = 0$  и  $b \ll r$ , выражения можно еще упростить:

$$A \equiv -\frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{\sigma}_1} \cdot \int_0^\infty u_1 \cdot \exp(-\lambda z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda, \quad z > 0, \quad (21)$$

$$A \equiv \frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \int_0^\infty \lambda \cdot \exp(u_1 z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda, \quad z < 0. \quad (22)$$

Когда  $z = 0$ , интеграл в (21) может быть взят следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty u_1 \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda &= \int_0^\infty (\lambda^2 + k_1^2) \cdot u_1^{-1} \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = \\ &= \left[ k_1^2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \int_0^\infty u_1^{-1} \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = \\ &= \left[ k_1^2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] I_0 \left( \frac{k_1 r}{2} \right) K_0 \left( \frac{k_1 r}{2} \right), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $I_0$  и  $K_0$  — модифицированные функции Бесселя и Макдональда порядка 0. Пока дифференцирование не было вынесено, можно было заметить, что интеграл аппроксимируется функцией  $k_1/r$ , когда  $|k_1 r| \gg 1$ . Если  $z > 0$ , аналогичное приближение есть

$$\begin{aligned} \int_0^\infty u_1 \cdot \exp(-\lambda z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda &\equiv k_1 \cdot \int_0^\infty \exp(-\lambda z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda = \\ &= \frac{k_1}{(r^2 + z^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Тогда, в этом случае,

$$A \equiv -\frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\hat{\sigma}_0}{\hat{\sigma}_1} \cdot \frac{k_1}{(r^2 + z^2)^{1/2}}. \quad (25)$$

Поскольку в воздухе  $H_\varphi = -\partial A/\partial r$ , то мы можем сделать весьма важное заключение, что на дневной поверхности и выше магнитное поле существует только благодаря току смещения.

Что касается случая  $z < 0$  (т. е. в земле), то мы получаем довольно просто из (22), что

$$A = \frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_1} \cdot \exp(u_1 z) \cdot J_0(\lambda r) \cdot d\lambda =$$

$$= \frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(-k_1 R)}{R} \right] = -\frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{z}{R^3} \cdot (1 + k_1 R) \cdot \exp(-k_1 R), \quad (26)$$

где  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ .

Сравним это последнее выражение для  $A$  с выражением для потенциала вертикального электрического диполя (ВЭД) с моментом  $Idz$ , помещенного на глубине  $z = -h$ . При условиях  $h \ll r$ ,  $|k_0 r| \ll 1$  и  $|\hat{\sigma}_1| \gg \epsilon_0 \omega$  (т. е., как и для КЭД) мы имеем для ВЭД [2]:

$$A = \frac{Idzh}{2\pi} \cdot \frac{z}{R^3} \cdot (1 + k_1 R) \cdot \exp(-k_1 R), \quad (27)$$

где  $z > h$ . Сравнивая (26) и (27), мы видим, что поля КЭД и ВЭД совпадают при выполнении условия

$$Idzh = I_0 b^2 / 4. \quad (28)$$

Это замечательный результат. Можно сказать, что КЭД является наземным аналогом вертикальной электрической линии в области низких частот.

### РЕШЕНИЕ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Формально, решение во временной области есть трансформация Фурье решения в частотной области. Опыт показывает, что численная реализация трансформации Фурье решения в частотной области с учетом токов смещения крайне затрудняется при  $t \rightarrow 0$  (в отличие от квазистационарного случая). Наша цель здесь — получение формул, пригодных для численного анализа, избавившись от интеграла Фурье некоторыми преобразованиями. Мы будем рассматривать электрическое поле  $e_r(t)$  на дневной поверхности и магнитное поле  $h_\varphi(t)$  в воздухе, для  $z \geq 0$ .

Используем выражение (26) для вектора-потенциала в частотной области, полученное нами, как мы помним, при некоторых допущениях. Итак, из (1) и (26) мы получим для  $z \leq 0$ :

$$E_r(\omega) = \frac{I_0 b^2}{8\pi \hat{\sigma}_1} \cdot \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial r} \left\{ \frac{1}{R} \cdot e^{-k_1 R} \right\}, \quad (29)$$

где, напомним,  $\hat{\sigma}_1 = \sigma_1 + i\omega \epsilon_1$ .

Для ступенчатого возбуждения, если ток в источнике меняется, как

$$I(t) = \begin{cases} I_0, & \text{при } t < 0, \\ I_0/2, & \text{при } t = 0, \\ 0, & \text{при } t > 0 \end{cases} \quad (30)$$

или  $I(t) = I_0 \cdot [1 - U(t)]$ , где  $U(t)$  — функция Хевисайда, решение во временной области может быть представлено в виде

$$e_r(t) = \bar{e}_r - \frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial r} \left\{ \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k_1 R} \cdot \frac{\exp(i\omega t)}{i\omega \hat{\sigma}_1} \cdot d\omega \right\}, \quad (31)$$

где  $\bar{e}_r$  — решение для постоянного тока (выражение (29) при  $\omega = 0$ ).

Введем функцию  $F_j$ , определяемую как

$$F_j(t, z, \lambda) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-u_j z)}{u_j} \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega =$$

$$= c_j \cdot \exp(-\gamma_j t) \cdot I_0(\alpha_j \sqrt{t^2 - T_j^2}) \cdot U(t - T_j), \quad (32)$$

где  $u_j = \sqrt{\lambda^2 + k_j^2}$ ,  $k_j^2 = i\omega \sigma_j \mu_0 - \omega^2 \epsilon_j \mu_0$ ,  $c_j = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_j}$  — скорость света в среде,  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя,  $\alpha_j = [\gamma_j^2 - c^2 \lambda^2]^{1/2}$ ,  $\gamma_j = \sigma_j / (2\epsilon_j)$  и  $T_j = z/c_j$  — время прихода волны ( $j = 0, 1$ ). Интеграл в (32) после подстановки  $i\omega = s - \gamma_j$  сводится к табличному преобразованию Лапласа [3].

Используя определение функции  $F_j$  и теорему о свертке для интегрального преобразования Фурье, мы получим

$$e_r(t) = \bar{e}_r - \frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial r} \left\{ \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ -\frac{\partial F_1(x, R, 0)}{\partial R} \right] \cdot G_1(t - \tau) \cdot d\tau \right\}, \quad (33)$$

где

$$G_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\omega t)}{\sigma_1 i\omega} \cdot d\omega = \frac{1}{\sigma_1} \cdot [1 - \exp(-2\gamma_1 t)] \cdot U(t). \quad (34)$$

Выражение для  $e_r(t)$ , после некоторых преобразований, представляется в форме

$$e_r(t) = \bar{e}_r + \frac{I_0 b^2}{8\pi\sigma_1 c_1} \times \\ \times \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial r} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\gamma_1 \sqrt{\tau^2 - T_1^2}) \cdot U(\tau - T_1) \cdot \varphi(\tau) \cdot U(t - \tau) \cdot d\tau, \quad (35)$$

где

$$\varphi(\tau) = -\exp(-\gamma_1 \tau) \cdot \{1 + \gamma_1 \tau + \exp[-2\gamma_1(t - \tau)] \cdot (\gamma_1 \tau - 1)\} / \tau^2.$$

Здесь  $T_1 = R/c_j \equiv \sqrt{r^2 + z^2}/c_j$  и мы должны помнить правила для дифференцирования и интегрирования функции Хевисайда и дельта-функции Дирака.

Окончательное выражение для радиальной электрической компоненты поля на поверхности земли ( $z = 0$ ) может быть представлено в следующем виде, пригодном для численного анализа,

$$e_r(t) = \bar{e}_r + \frac{I_0 b^2 T_1^2}{8\pi\sigma_1 r^4} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (I^{(2)} T_1 - I^{(1)}) \times \right. \\ \times U(\tau - T_1) \varphi(\tau) U(t - \tau) d\tau + \varphi(T_1) \left(1 + \frac{\gamma_1^2 T_1^2}{2}\right) U(t - T_1) - \\ \left. - \varphi'(T_1) T_1 U(t - T_1) + \varphi(T_1) T_1 \delta(t - T_1) \right], \quad (36)$$

где  $I^{(n)} = \frac{\partial^n}{\partial T_1^n} I_0(\gamma \cdot \sqrt{\tau^2 - T_1^2})$ ,  $T_1 = r/c_j$ ,  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака.

Результаты расчетов по формуле (36) показаны на рис. 2. Переходный процесс начинается в момент времени  $t = T_1$  после выключения тока в источнике при  $t = 0$ , где  $T_1$  — время прихода волны по земле ( $T_1 = r \sqrt{\mu_0 \epsilon_1}$ ). Отклик затухает, постепенно приближаясь к квазистационарному решению. На времени  $t < T_1$  мы имеем константу (постоянный ток). В момент времени  $t = T_1$  напряженность электрического поля имеет бесконечное значение. Заметим, что эти мгновенные бесконечные значения исчезнут, если мы учтем более реальные условия — плавное (не ступенчатое) изменение тока в источнике или конечные размеры источника (сейчас мы приняли  $b \ll r$ , т. е., фактически, источник не имеет размера).

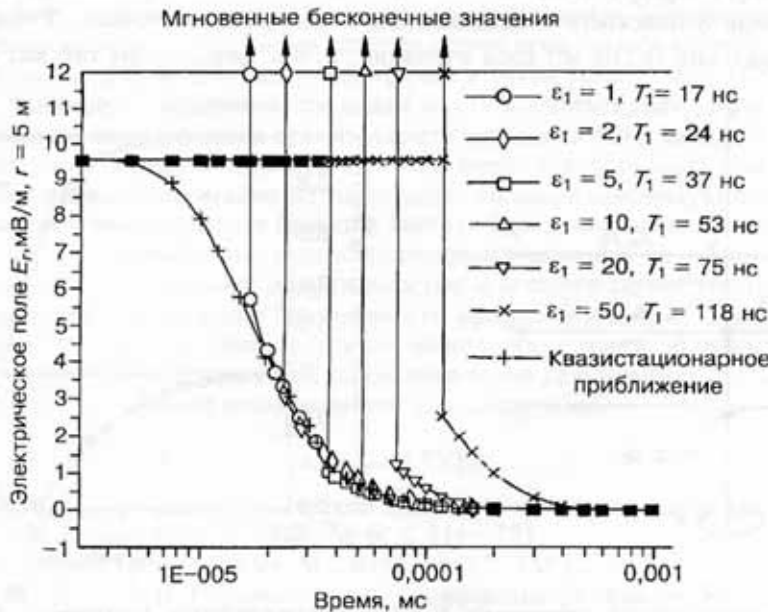


Рис. 2. Устанавливающийся электрический отклик среды, возбуждаемой КЭД.



Решение во временной области для магнитного поля в воздухе, при  $z \geq 0$ , мы получим из (3) и (21) после преобразования Фурье:

$$h_{\varphi}(t) = -\frac{I_0 b^2}{8\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} \cdot J_0(\lambda r) \cdot \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\omega \epsilon_0}{\sigma_1} \cdot \frac{\lambda^2 + k_1^2}{u_1} \cdot \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \cdot d\omega \right] \cdot d\lambda. \quad (37)$$

Пользуясь функцией  $F_j$  и теоремой о свертке, мы можем представить выражение для  $h_{\varphi}(t)$  в следующей форме:

$$h_{\varphi}(t) = -\frac{I_0 b^2 \epsilon_0}{8\pi} \frac{\partial^2}{\partial r \partial t} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \times \\ \times \left[ -\mu_0 F_1(t, 0, \lambda) + \lambda^2 \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\tau, 0, \lambda) G_1(t - \tau) d\tau \right] d\lambda, \quad (38)$$

где функция  $G_1$  определена в (34). Отмечаем, что магнитный отклик среды на дневной поверхности и в воздухе пропорционален значению диэлектрической проницаемости воздуха.

### НЕЗАЗЕМЛЕННАЯ УСТАНОВКА КЭД

Основная трудность при практическом использовании питающей установки КЭД состоит в необходимости равномерного по кругу заземления внешних электродов. Возможный способ обойти это требование состоит в применении незаземленной модели (заземляется только центральный электрод). Это интересное предложение сделал Дж. Р. Уэйт в частной переписке с нами.

Ясно, что в этом случае мы не можем определять распределение радиальной плотности  $j_r(r)$  заранее, как известный сторонний ток. Это распределение теперь формируется электромагнитным взаимодействием между средой и установкой, которая должна рассматриваться, как часть геоэлектрической среды. Предлагаем решить эту проблему следующим образом. Как показано на рис. 3, а, используем слоистую модель. Первый слой (это хороший проводник) есть модель нашей питающей установки (КЭД с  $b = \infty$ ), второй слой — изолирующая прослойка между хорошо проводящим „телом“ КЭД и землей, третий слой — земля. Источник возбуждения — вертикальная электрическая линия, заземленная в первом слое и в нижнем полупространстве (на кровле). Это вполне классическая модель. Нетрудно получить выражение для вектора-потенциала, воспользовавшись, например [2]. Это достаточно громоздкое выражение (только  $z$ -компонента) упрощается, если мы примем, что  $d_a \rightarrow 0$  (толщина проводящего слоя — установки КЭД) и  $d_i \rightarrow 0$  (толщина изоляции). В этом случае мы получаем в воздухе ( $z > 0$ ):

$$A = -\frac{I_0}{2\pi} \cdot \hat{\sigma}_0 \sigma_1 T \cdot \int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r) \cdot \lambda \cdot e^{-u\sigma z} \cdot d\lambda}{(u_0 S + \hat{\sigma}_0) (u_0^2 \sigma_1 T + u_1)}, \quad (39)$$

где  $S = d_a \cdot (\sigma_a + i\omega \epsilon_a) \equiv d_a / \hat{\sigma}_a$  есть продольная проводимость (в См) установки КЭД (выполненной в данном случае в виде  $S$ -плоскости с заземлением в центральной точке),  $T = d_i / (i\omega \epsilon_i) \equiv d_i / \hat{\sigma}_i$  — поперечное сопротивление (в Ом·м<sup>2</sup>) слоя изоляции,  $u_0$  и  $u_1$  определены так же, как и раньше.

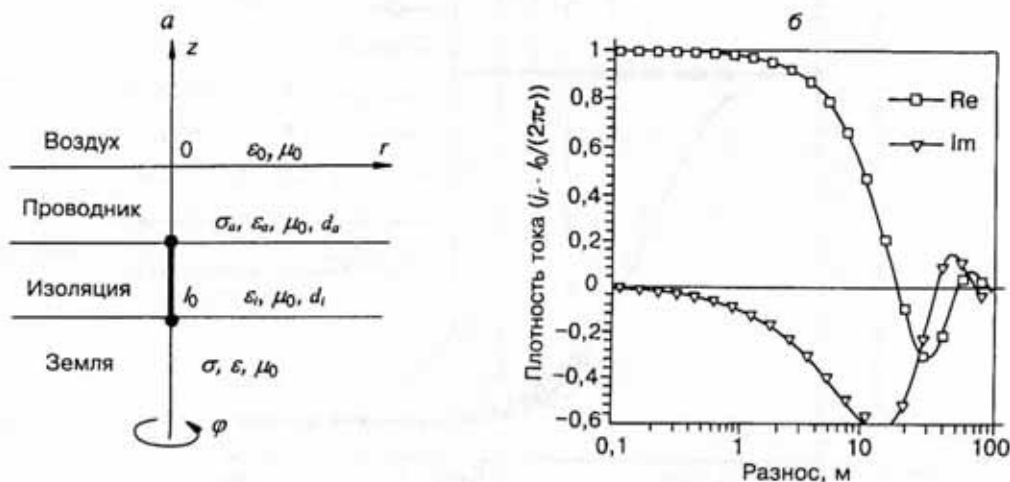


Рис. 3. Модель незаземленной установки КЭД и распределение плотности тока (пояснения в тексте).

Рис. 4. Магнитная индукция незаземленного КЭД в воздухе.

Мы можем сделать также и другое приближение, которое мы использовали выше. Это  $|k_0 r| \ll 1$  и  $\mu_0 \cong \lambda$ . Кроме того, мы можем принять, что  $S \cong \sigma_a \cdot d_a$ . При этих условиях (39) упрощается до

$$A_0 = -\frac{I_0}{2\pi} \cdot \frac{i\omega\epsilon_0}{S} \cdot \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r) \cdot e^{-\lambda z} \cdot d\lambda}{\left(\lambda^2 + \frac{i}{T(\sigma_1 + i\omega\epsilon_1)}\right)}. \quad (40)$$

Итак, теперь вектор-потенциал зависит от параметров  $S$  и  $T$  питающей установки, как элемента геоэлектрической среды. Прежде для заземленной маленькой установки мы пренебрегали этим, используя граничное условие (5), где радиальная плотность определялась как  $I_0/(2\pi r)$ , и игнорируя вторичную („наведенную“) плотность тока в установке.

Сравним распределение плотности тока в незаземленной установке с распределением в заземленной. Используя то, что  $E_r$  непрерывна при переходе границы  $z = 0$ , мы получим, что

$$j_r(r) = S \cdot E_r = \frac{S}{i\omega\epsilon_0} \cdot \frac{\partial^2 A_0}{\partial r \partial z}, \quad z = 0. \quad (41)$$

На рис. 3, б показано распределение плотности, как отношение

$$j_r(r) / \left(\frac{I_0}{2\pi r}\right).$$

Кривая распределения может быть разделена на три области. В первой области реальная часть радиальной плотности зависит от  $r$ , как  $1/r$ , а мнимая мала. В третьей области величина  $|j_r|$  мала (т. е. безразлично, заземлена установка или нет).

Зависимость производной магнитной индукции  $dB_p/dt$  в воздухе от диэлектрической проницаемости земли показана на рис. 4. Это результат расчетов по формулам (3) и (39).

В заключение заметим, что мы обсуждали установку КЭД с идеальной азимутальной симметрией. Практически такая (конечно, небольшая) установка может быть исполнена из металлической сетки. Установка же больших размеров реально может исполняться набором радиальных линий, следовательно она лишь приближенно осесимметрична и такая установка, в особенности в незаземленном варианте, должна и в теоретическом плане анализироваться, как набор отдельных линий.

Для малоглубинных зондирований незаземляемая установка КЭД является интересной альтернативой петле. Следует вспомнить, что вторичное поле петли всюду (в воздухе и в земле) в основном определяется токами проводимости, сама петля обладает большой самоиндукцией, наконец, петля — неосесимметричный источник в области больших частот. При радиальном же возбуждении (ТМ-возбуждении) среда не дает магнитного квазистационарного отклика на дневной поверхности и в воздухе, КЭД не обладает собственной индуктивностью и остается симметричным на всех частотах.

Мы должны выразить искреннюю благодарность профессору Дж. Р. Уэйту. Эта работа сформировалась в значительной мере как результат наших обсуждений. В разделе „Гармонический режим“ мы использовали текст его частного сообщения (с его разрешения). По его предложению мы провели своими средствами анализ незаземленной установки КЭД.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Могилатов В. С. Круговой электрический диполь — новый источник для электроразведки // Изв. РАН. Сер. Физика Земли, 1992, № 6, с. 114—121.
2. Уэйт Дж. Р. Геоэлектромагнетизм. М., Недра, 1987, 235 с.
3. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979, 830 с.

Рекомендована к печати 29 апреля 1997 г.  
М. И. Эповым

Поступила в редакцию  
25 сентября 1996 г.

