

РОЛЬ ТОКОВ СМЕЩЕНИЯ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ МЕТОДОМ СТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ

© 2016 г. В. С. Могилатов

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск
Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск*

E-mail: mvecs@ya.ru

Поступила в редакцию 26.07.2014 г.

В электроразведке ЗС есть устоявшиеся представления. Например, считается, что влиянием токов смещения на результаты зондирований становлением (ЗС) можно пренебрегать за исключением самых приповерхностных методик, использующих высокие частоты. Другими словами, для физико-математического описания достаточно квазистационарного приближения. Это верно для традиционных методов, но исследования и результаты, представленные в статье, показывают, что эти представления следует уточнить при более общем взгляде на ЗС. Предлагаемый здесь подход к проблеме влияния токов смещения в ЗС заключается в том, что вопрос следует разделить и посмотреть отдельно мало-глубинную электроразведку, в которой используются высокие частоты (или очень ранние времена установления). А также взглянуть с точки зрения использования ТМ- и ТЕ-поляризации электромагнитного поля. В качестве основного содержания данной публикации приводятся новые, на взгляд автора, весьма впечатляющие результаты, показывающие, что токи смещения могут играть, в принципе, прямо-таки определяющую роль в глубинных электроразведочных исследованиях, но только при применении чистого ТМ-поля.

DOI: 10.7868/S000233371603008X

ВВЕДЕНИЕ

В электроразведке (мы имеем в виду, прежде всего, зондирования становлением – ЗС) считается, что роль токов смещения в электромагнитных зондированиях земли незначительна за исключением самых приповерхностных методик, использующих высокие частоты. Другими словами, для физико-математического описания достаточно квазистационарного приближения. Это верно для традиционных методов, но наши исследования и результаты показывают, что эти представления следует уточнить при более общем взгляде на ЗС. Мы попытались продемонстрировать этот общий взгляд на возможности ЗС посредством некоторой “симметричной” схемы на рис. 1, которая показывает, что зондирования становлением в слоистой Земле при возбуждении от сторонних токов на поверхности возможны с использованием двух поляризаций электромагнитного поля. Как показано на схеме, отражающей решение одномерной задачи методом разделения переменных, эти две моды возбуждаются посредством разных качеств распределения стороннего тока ($\text{rot } \mathbf{j}_e$ и $\text{div } \mathbf{j}_e$) (например, [Могилатов, 1998]). Теоретически это давно известно, но практически используется только ТЕ-поляризация (в чистом виде при возбуждении от токовой петли, и преобладающая – от линии АВ). Однако давно уже

предложен наземный источник поля только ТМ-поляризации (круговой электрический диполь – КЭД), который, кстати, легко следует из самой схемы (радиальный ток, при $\text{rot } \mathbf{j}_e = 0$) и уже довольно давно используется в практической работе. Исследования свойств переменного ТМ-поля показывают, что общепринятые представления о свойствах ЗС относятся к свойствам устанавливающегося поля ТЕ-поляризации, а свойства переменного ТМ-поля радикально отличаются и малоизвестны. Заметим, что хотя поле такого традиционного источника как линия АВ содержит вклад ТМ-поляризации, но в поздней стадии превалирует поле ТЕ-поляризации, и свойства ТМ-поля остаются в тени.

Итак, наш подход к проблеме влияния токов смещения в ЗС заключается в том, что вопрос следует разделить и посмотреть отдельно мало-глубинную электроразведку, в которой используются высокие частоты (или очень ранние времена установления). А также взглянуть с точки зрения использования ТМ- и ТЕ-поляризации электромагнитного поля. Практически используется ТЕ-поляризация (или есть ее преобладание), в которой токи смещения действительно пренебрежимо мало влияют на электромагнитные процессы. Обоснование этого приближения дано еще в фундаментальной работе [Шейнман, 1947]. Од-

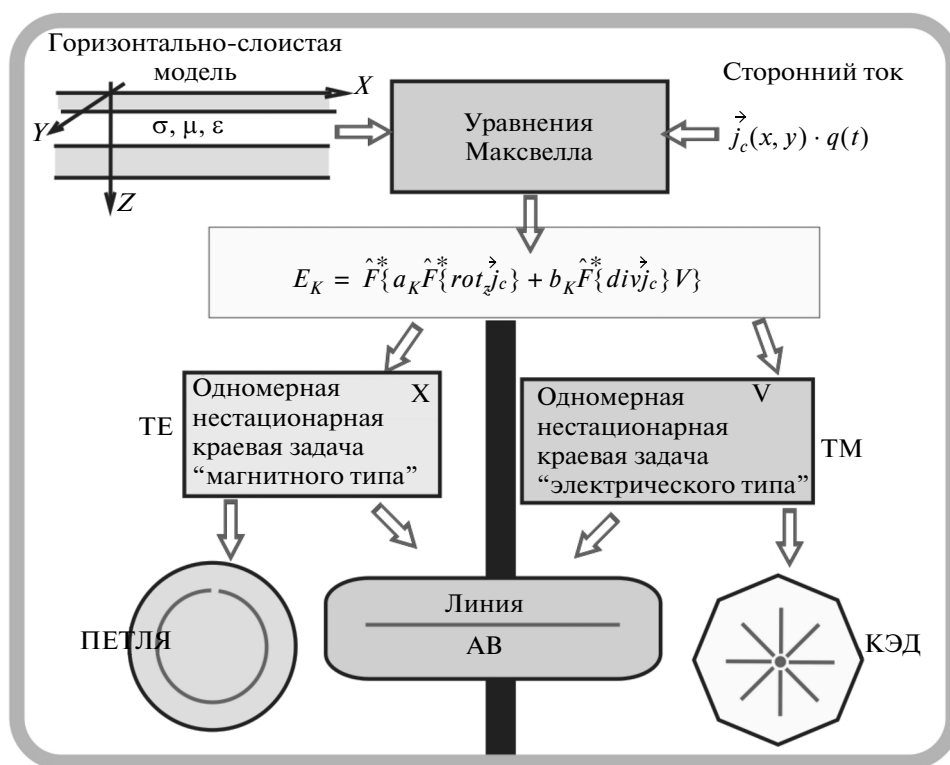


Рис. 1. “Дуальная” физико-математическая модель индукционной электроразведки.

нако появились новые методики геоэлектрических исследований, в которых используется чистое ТМ-поле, и там вопрос о влиянии токов смещения нужно изучать даже в случае глубинной электроразведки.

Ниже рассматриваются некоторые теоретические сведения, касающиеся переходных процессов на сверхдлинных временах. В этой стадии в первом уравнении Максвелла плотность тока смещения $\epsilon \partial E / \partial t$ не мала по сравнению с плотностью тока проводимости из-за быстрого изменения поля. Заметим, что при учете этого члена меняется даже тип уравнения для компонент поля. Впервые полное решение задачи становления для среды с одной границей предложено в работе [Bhattacharyya, 1959]. В дальнейшем аналитическими методами продвинуться удалось мало, если сравнивать с развитием квазистационарного аппарата. Сошлемся, например, на решения для сред с одной и двумя границами, полученные нами в работе [Могилатов, 1997] для токовой петли (ТЕ-поле, Transverse Electric) и для гальванического источника чистого ТМ-поля (Transverse Magnetic) – КЭД [Mogilatov, 1996]. Эти решения могут быть полезны для некоторого предварительного геофизического анализа, могут использоваться для тестирования расчетов по более общим алгоритмам (сеточным и интегральным), а также послужить основой или составной частью

общего алгоритма для горизонтально-слоистой среды. Здесь мы вновь обращаемся к этим решениям, чтобы создать более общий взгляд на затронутую проблему.

Наконец, в качестве основного содержания данной публикации мы приводим новые, впечатляющие на наш взгляд результаты, показывающие, что токи смещения могут играть прямо-таки определяющую роль в глубинных электроразведочных исследованиях, но только при применении чистого ТМ-поля. Мы получили результаты для КЭД, но читатель может, если угодно, соотносить их и с более традиционным источником ТМ-поля – вертикальным электрическим диполем (ВЭД).

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ МАЛОГЛУБИННЫЕ ЗОНДИРОВАНИЯ ИСТОЧНИК – ПЕТЛЯ

Среда имеет одну границу ($z = 0$), разделяющую однородные полупространства. На оси z в верхнем полупространстве помещен вертикальный магнитный диполь (ВМД) с моментом M_z в точку $z = z_0$ цилиндрической системы координат с осью z , направленной вверх, в “воздух”, хотя пока считаем параметры верхнего и нижнего полупространств произвольными (кроме магнитной проницаемости, равной всюду проницаемости вакуума). Возбуждаем устанавливающееся поле выключением тока в нулевой момент времени.

Необходимо рассмотреть систему уравнений Максвелла с учетом тока смещения после выключения тока (при $t > 0$). Решаем эту задачу, разделяя переменные. Если идти обычным путем, то мы получим решение в виде свертки Фурье от решения в частотной области. Это решение для однородного пространства хорошо известно и мы его здесь приводить не будем. Учет токов смещения состоит в том, что в волновом числе вместо

$$k_i^2 = -i\omega\mu_0/\rho_i - \omega^2\mu_0\varepsilon_i, \quad (1)$$

имеем

$$k_i^2 = -i\omega\mu_0/\rho_i \quad (i = 1, 2). \quad (2)$$

Вроде бы, незначительное изменение. Однако учет токов смещения в (1) весьма затрудняет численную реализацию преобразования Фурье. Много более удобное и наглядное решение можно получить, если свести преобразование Фурье к преобразованию Лапласа (посредством замены $i\omega = \gamma_i - s$, $\gamma_i = 1/(2\rho_i\varepsilon_i)$, $i = 1, 2$). Рассмотрим практически интересный случай, когда источник – вертикальный магнитный диполь расположен на поверхности однородной Земли. Поле в виде компонент E_φ и dB_z/dt наблюдается также на дневной поверхности. Эта задача рассматривалась в работе [Bhattacharyya, 1959], но мы получили отличающийся результат, а именно, наличие фронтов с бесконечной амплитудой (для точечного источника при ступенчатом возбуждении).

Итак

$$E_\varphi = \frac{M_z\mu_0}{2\pi}(A_1 - A_0), \quad (3)$$

а для A_i имеем:

$$A_i = \frac{\bar{\rho}}{\mu_0 r^4} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (I_i^{(2)}T_i - I_i^{(1)})U(\tau - T)\varphi_i(\tau) \times \right. \\ \left. \times U(t - \tau)d\tau + \varphi_i(T_i) \left(1 + \frac{\gamma_i^2 T_i^2}{2} \right) U(t - T_i) - \right. \\ \left. - \varphi'_{i\tau}(T_i)T_i U(t - T_i) + \varphi_i(T_i)T_i \delta(t - T_i) \right], \quad (4)$$

где $U(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда, $\delta(x)$ – функция Дирака, $I^{(n)}$ – n -я производная по T функции $I_i \equiv I_i^{(0)} = I_0(\gamma_i\sqrt{\tau^2 - T_i^2}$, I_0 – модифицированная функция Бесселя, $T_i = r/c_i$ – время прихода волны, $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_i}$ – скорость света в данной среде,

$$\varphi_i(\tau) = -\frac{\exp(-\gamma_i\tau)}{\tau^2} \times \\ \times \{1 + \gamma_i\tau + \exp[-2\bar{\gamma}(t - \tau)](2\bar{\gamma}\tau - \gamma_i\tau - 1)\},$$

$$\bar{\gamma} = 1/(2\bar{\rho}\bar{\varepsilon}), \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_1 - \varepsilon_0, \quad \bar{\rho} = \rho_0\rho_1/(\rho_0 - \rho_1), \quad i = 0, 1.$$

Эти формулы пригодны для расчетов. Это общие формулы для произвольных значений сопротивлений и диэлектрических проницаемостей верхнего и нижнего полупространств, если же верхняя среда воздух, то в A_0 следует положить $\gamma_0 = 0$, тогда

$$A_0 = \frac{\bar{\rho}}{\mu_0 r^4} \left[\varphi_0(T_0)U(t - T_0) - \right. \\ \left. - \varphi'_{0\tau}(T_0)T_0 U(t - T_0) + \varphi_0(T_0)T_0 \delta(t - T_0) \right]. \quad (5)$$

Выражение для другой практически используемой компоненты $-\dot{B}_z$ есть:

$$\dot{B}_z = -\left(\frac{1}{r} + \frac{\partial}{\partial r}\right)E_\varphi. \quad (6)$$

На рис. 2 представлены результаты расчетов, выполненных по формулам (3)–(5). Напоминаем, что поле возбуждается ступенчатым выключением тока в точечном источнике. Это очень существенно здесь. Кривые $E_\varphi(t)$ рассчитаны для точки наблюдения на расстоянии 5 м от источника (ВМД) на поверхности Земли, удельное сопротивление которой 100 Ом м. Шифр кривых – относительное значение диэлектрической проницаемости Земли. Итак, в нулевой момент времени ток в диполе изменяется до 0. Все, что происходит с компонентой E_φ в точке наблюдения в диапазоне времен от 0 до ∞ , двумя особыми точками разбивается на три области. В первой, $0 < t < T_0$, факт выключения источника еще никак не проявляется согласно известному фундаментальному физическому принципу, который теперь учтен в уравнениях Максвелла. Здесь, соответственно, $E_\varphi = 0$. При $t = T_0 = 16.678$ наносекунд в точку наблюдения приходит волна по воздуху. В этот момент значение E_φ изменяется от 0 до ∞ и возвращается к конечному значению, зависящему от величины диэлектрической проницаемости Земли и удельного сопротивления. От T_0 начинается вторая стадия, характеризующаяся плавным нарастанием значений поля. Этот процесс зависит от параметров Земли (ρ_1 и ε_1), но возбужден волной, прошедшей по воздуху. В момент времени $T_1 = r\sqrt{\mu_0\varepsilon_1}$ приходит волна по Земле и значение E_φ претерпевает мгновенное изменение до $-\infty$ и обратно, до некоторого конечного. Здесь начинается третья стадия, где поле плавно спадает, приближаясь к квазистационарному решению. На рис. 3 эта стадия процесса отражена в виде кривых кажущегося сопротивления.

Возникновение мгновенных бесконечных значений наблюдаемого поля связано с применением абстрактного, идеального объекта – точечного

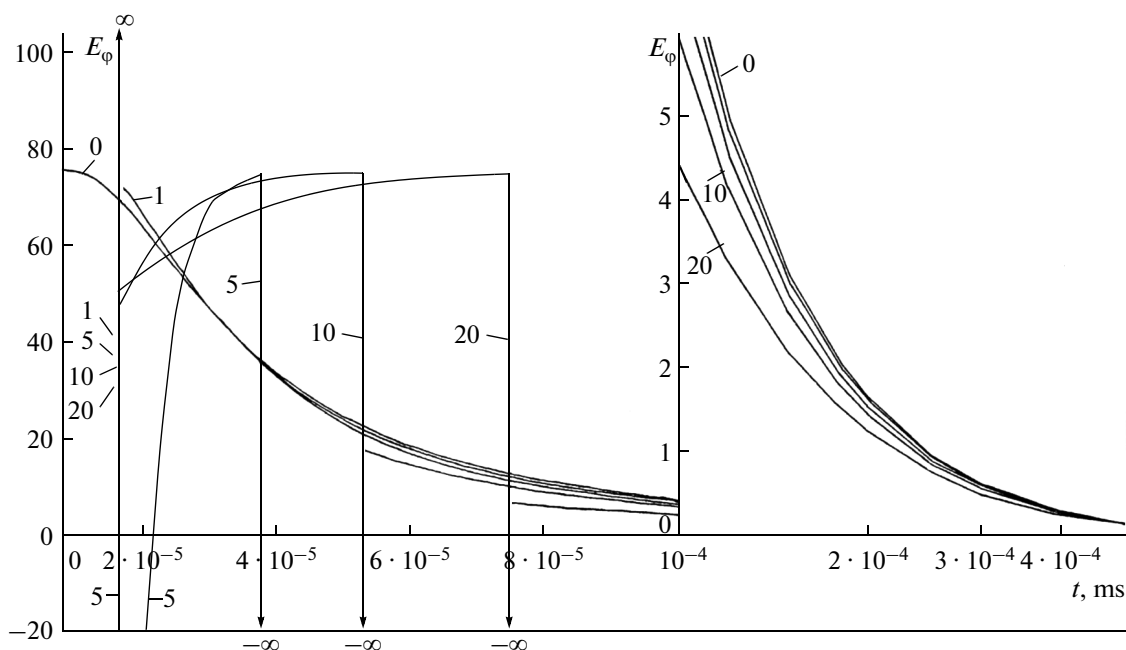


Рис. 2. Кривые становления напряженности электрического поля от ступенчатого изменения (до 0) момента ВМД при различных значениях диэлектрической проницаемости Земли. Шифр кривых – ϵ_1/ϵ_0 , 0 – квазистационарная кривая.

источника с мгновенно меняющимся моментом. Кстати, для реального источника (петли) конечного размера в этих временных масштабах важно и место подвода тока – петля не осесимметричный источник.

В работе [Могилатов, 1997] дано также решение для двух границ, существенно более сложное. Вообще, возможности аналитического метода (метода разделения переменных) сильно ограничиваются с учетом токов смещения. Представление решения в виде Фурье-трансформации полного частотного решения численно не реализуется без дополнительных сложных трансформаций (как, например, это сделано в [Уэйт, 1982] для двухслойной среды). Практически, опыт нескольких десятилетий по созданию оперативного (одномерного) математического обеспечения квазистационарной электроразведки ЗС мало помогает. Основная причина заключается в смене типа уравнения. Впрочем, и практические потребности в этом направлении были невелики.

КРУГОВОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ (КЭД). СВЕРХРАННЯЯ СТАДИЯ ТМ-ПОЛЯ

Токовая петля возбуждает поле ТЕ-поляризации. Рассмотрим теперь сверхраннюю стадию становления поля ТМ-поляризации. В качестве источника чистого ТМ-поля может служить тороидальная катушка (индуктивное возбуждение) или вертикальный электрический диполь (ВЭД) (индуктивное и гальваническое возбуждение)

или наземный аналог ВЭД – круговой электрический диполь (например [Могилатов, 1996]), который мы здесь и используем. Будем называть кру-

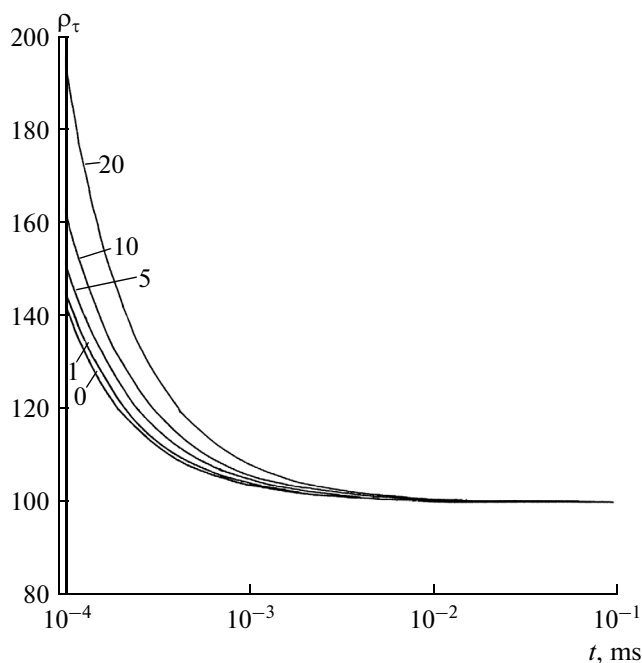


Рис. 3. Кривые кажущегося сопротивления при различных значениях диэлектрической проницаемости Земли. Шифр кривых – ϵ_1/ϵ_0 , 0 – квазистационарная кривая.

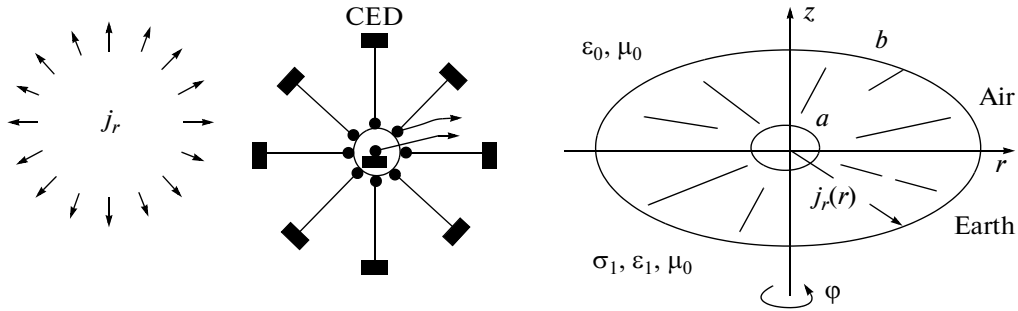


Рис. 4. Теоретический, реальный и идеальный круговой электрический диполь.

говым электрическим диполем используемое в теоретических описаниях распределение стороннего радиального тока с плотностью, отличной от нуля на окружности радиуса r_0 :

$$j_r^{\text{cm}}(r) = \frac{I}{2\pi r} [U(r - r_0 + dr_0/2) - U(r - r_0 - dr_0/2)], \quad (7)$$

где $U(x)$ – функция Хевисайда (рис. 3, слева), а также азимутально-однородный радиальный ток, заземленный по окружностям с радиусами $a < b$ (рис. 3, правый). Понятно, что наибольшее практическое значение имеет случай центрального заземления ($a = 0$). Кроме того, имеется практическая реализация КЭД посредством конечного набора линий (рис. 4, в центре), которая уже давно используется в полевых работах. В одномерной (горизонтально-слоистой) среде такой источник возбуждает в цилиндрической системе координат электрические компоненты E_r , E_z и магнитную H_φ , что и определяет КЭД как источник ТМ-поля.

Применим для такого источника тот же способ решения, как для токовой петли. Выражение для градиента в частотной области [Mogilatov, 1996], полученное при некоторых допущениях, есть (при $z \leq 0$):

$$E_r(\omega) = \frac{I_0 b^2}{8\pi \tilde{\sigma}_1} \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial r} \left\{ \frac{1}{R} e^{-k_1 R} \right\}, \quad (8)$$

где $\tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 + i\omega\epsilon_1$. Для преобразования во временную область воспользуемся преобразованием Фурье. Преобразование Фурье трансформируем в преобразование Лапласа посредством подстановки $i\omega = \gamma_i - s$, $\gamma_i = 1/(2\rho_i\epsilon_i)$, $i = 1, 2$. Интегральное преобразование Лапласа позволяет нам получить следующее выражение для радиальной электрической компоненты поля на поверхности Земли ($z = 0$), пригодное для численного анализа:

$$E_r(t) = \bar{E}_r + \frac{I_0 b^2 T_1^2}{8\pi \sigma_1 r^4} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (I^{(2)} T_1 - I^{(1)}) U(\tau - T_1) \times \right. \\ \left. \times \varphi(\tau) U(t - \tau) d\tau + \varphi(T_1) \left(1 + \frac{\gamma_1^2 T_1^2}{2} \right) U(t - T_1) - \right. \\ \left. - \varphi'_\tau(T_1) T_1 U(t - T_1) + \varphi(T_1) T_1 \delta(t - T_1) \right], \quad (9)$$

где обозначения те же, что и выше.

Результаты расчетов по формуле (9) показаны на рис. 5. Переходный процесс начинается в момент времени $t = T_1$ после выключения тока в источнике при $t = 0$, где T_1 – время прихода волны по земле ($T_1 = r\sqrt{\mu_0\epsilon_1}$). Отклик затухает, постепенно приближаясь к квазистационарному решению. На времени $t < T_1$ мы имеем константу (постоянный ток). В момент времени $t = T_1$ напряженность электрического поля имеет бесконечное значение. Заметим, что эти мгновенные бесконечные значения исчезнут, если мы учтем более реальные условия – плавное (не ступенчатое) изменение тока в источнике или конечные размеры источника (сейчас мы приняли $b \ll r$, т.е., фактически, источник не имеет размера).

Сравнивая рис. 2 и рис. 5, видим, что основное отличие от сверххранной стадии поля петли (ТЕ-поля) заключается в том, что отсутствует волна по воздуху.

ГЛУБИННАЯ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКА

Наконец, рассмотрим ситуацию “большой”, глубиной (структурной) электроразведки. Вопрос об учете токов смещения в традиционной электроразведке, основанной на применении токовых петли и линии давно решен окончательно и бесповоротно, влияние токов смещения всегда пренебрежимо мало в присутствии ТЕ-поляризации, которая всегда есть в поле этих источников. Но, рассматривая чистое ТМ-поле, мы должны заново поставить этот вопрос. Конкретно, речь идет о

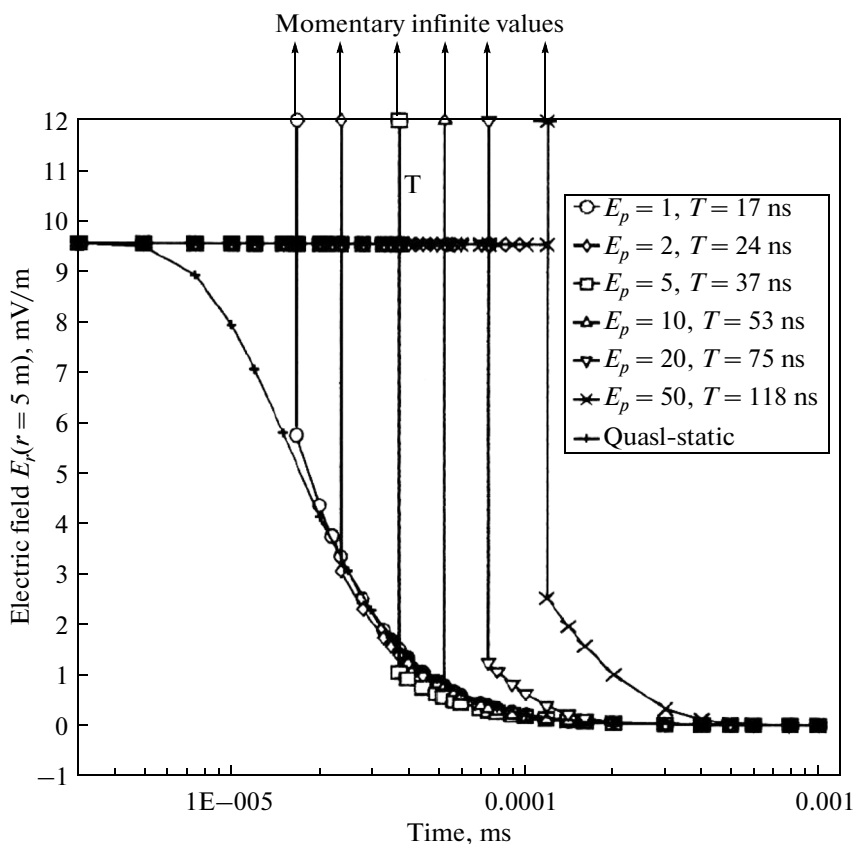


Рис. 5. Устанавливающийся электрический отклик среды, возбуждаемой КЭД.

влиянии тонкого высокоомного горизонта. В электроразведке на постоянном токе (постоянное ТМ-поле) этот вопрос ясен, нижележащая толщина становится недоступной для исследования. Но в индукционном режиме (гармоническом или в становлении) вопрос сложнее. Квазистационарное приближение мы не можем применять внутри слоя-изолятора и должны учесть токи смещения.

Нами была произведена серия расчетов с учетом токов смещения для модели с изолирующим тонким слоем, представленной на рис. 6а (радиус КЭД 500 м, разнос 2000 м), и, как не раз случалось при анализе поведения ТМ-поля, был получен поразительный результат. На рис. 6б сравниваются кривые становления для разных значений диэлектрической проницаемости изолирующего горизонта. Первая – квазистационарная ($\epsilon_2 = 0$) и определяется только верхним слоем. Спад – экспоненциальный, как и для всякой среды с изолирующим основанием в случае ТМ-поляризованного поля (от ВЭД или КЭД). Остальные кривые показывают радикальное влияние токов смещения, включая смену знака сигнала (E_r), после которой происходит степенное (t^{-2}) затухание, несмотря на изолирующее основание. Причем есть сильная зависимость от сопротивления нижнего слоя, как

это демонстрируется на рис. 7. И так, токи смещения радикально вмешались в процесс становления!

Этот результат был получен с использованием обычного подхода, состоящего в трансформации Фурье частотного решения задачи для одномерной (слоистой) среды и который широко используется для квазистационарного приближения, но, конечно, мог привести к ошибкам при учете токов смещения. Разумеется, такой результат требовал дополнительных подтверждений независимыми методами. Такое подтверждение мы получили, решив задачу во временной области (методом А.Н. Тихонова).

РЕШЕНИЕ С УЧЕТОМ ТОКОВ СМЕЩЕНИЯ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Примем модель среды, показанную на рис. 6а, причем для простоты положим $\rho_1 = \rho_3 = \rho$, $h_1 = h_3 = h$ и считаем, что $h_2 \ll h_1, h_3$. Получим решение с учетом токов смещения в поздней стадии, в отличие от вышеприведенного решения для сверхдлинных времен. Используем метод Тихонова, который ранее применялся только для квазистационарного приближения. Необходимым условием решения по Тихонову состоит в ограничении задачи по вертикали, возможном при наличии верхнего и нижнего

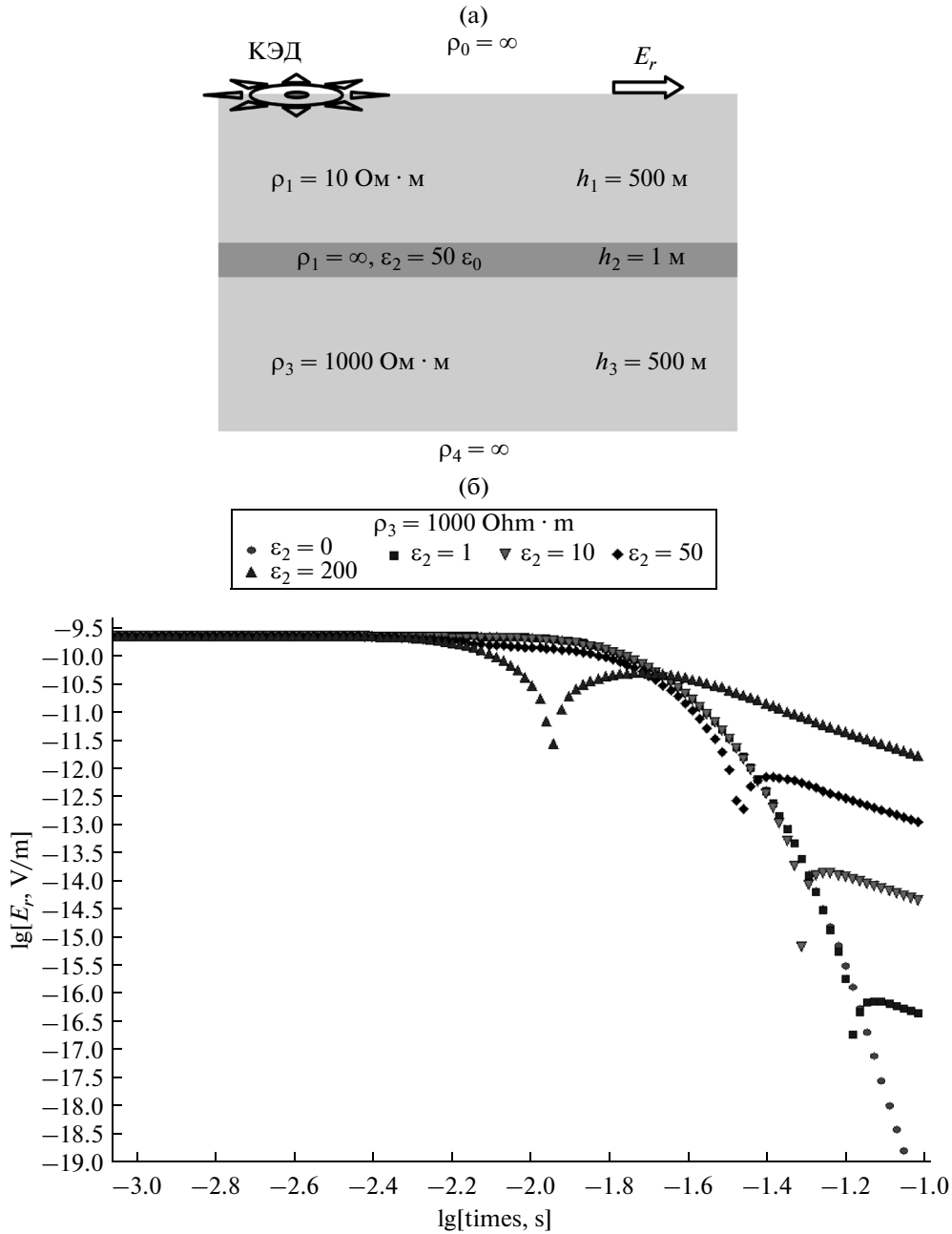


Рис. 6. Модель и кривые становления для различных значений диэлектрической проницаемости второго слоя.

изолирующих полупространств. Мы сохраним это условие и будем решать квазистационарную задачу всюду за исключением тонкого изолирующего слоя (рис. 6а).

Введем вектор-потенциал обычным для электрического источника образом:

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}. \tag{10}$$

В силу симметрии задачи достаточно иметь отличной от нуля только компоненту A_z , тогда в цилиндрической системе координат имеются

$$E_r + \epsilon \rho \frac{\partial E_r}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 A_z}{\partial r \partial z}, \quad H_\varphi = -\frac{\partial A_z}{\partial r}, \tag{11}$$

$$E_z = -\mu_0 \frac{\partial A_z}{\partial t} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}.$$

Компонента A_z должна удовлетворять достаточным условиям:

$$\Delta A_z = \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2}, \quad 0 < z < 2h, \tag{12}$$

$$(z \neq h), \quad 0 \leq r \leq \infty.$$

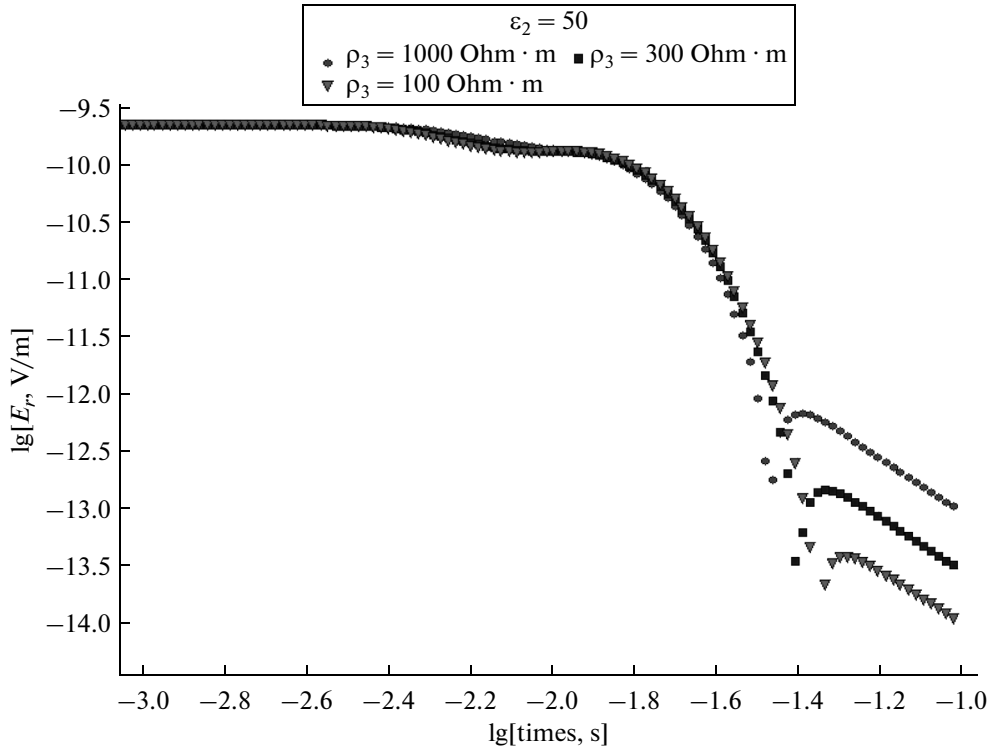


Рис. 7. Разные сопротивления под экраном.

Потенциалы A_z и $\rho A'_z$ непрерывны всюду, что означает $A_z = 0$ на верхней и нижней границах (таким образом задача ограничена по оси z). Далее $A_z \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, $A_z \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Наконец, начальное условие – решение стационарной задачи.

Отделяя переменную r в уравнении для A_z и учитывая условия для потенциала, будем искать решение в виде:

$$A_z = \frac{I dr_0}{4\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) Z(\lambda, z) d\lambda. \quad (13)$$

Решение задачи для Z ищем в виде:

$$Z(z, t) = \sum_{j=1}^\infty C_j \zeta_j(z) \exp(-\alpha_j t). \quad (14)$$

Для установления условий перехода тонкого диэлектрического изолятора рассмотрим такую модель, как на рис. 8. Верхнее и нижнее полупространства – проводящие. Слой является изолятором. Токи смещения учтем только в этом слое. Примем его тонким так, что $\delta h \ll r, |z|$ (координаты точки наблюдения).

В слое решение, выраженное через значения на верхней границе, есть (индекс j опускаем):

$$\zeta(z) = \zeta_1 \text{ch}[u(z - z_1)] + \frac{\zeta'_1}{u} \text{sh}[u(z - z_1)], \quad (15)$$

$$\zeta'_z(z) = \zeta_1 u \text{sh}[u(z - z_1)] + \zeta'_1 \text{ch}[u(z - z_1)],$$

где $\zeta_i = \zeta(z_i)$, $\zeta'_i = \zeta'_z(z_i)$, $u = \sqrt{\lambda^2 + \alpha^2 \mu_0 \epsilon}$ (вне слоя $u = \sqrt{\lambda^2 - \alpha \mu_0 / \rho}$). Или, учитывая $\delta h \ll r, |z|$,

$$\zeta_2 \cong \zeta_1 + \zeta'_1 \delta h, \quad \zeta'_2 \cong \zeta_1 u^2 \delta h + \zeta'_1.$$

Это внутри слоя. Принимая во внимание условия на простой границе

$$\left[\zeta' \frac{\rho}{1 - \alpha \rho \epsilon} \right] = 0, \quad [\zeta] = 0,$$

будем считать, что в граничной задаче наш изолирующий тонкий слой учтен как граница ($z = h$) с условиями перехода:

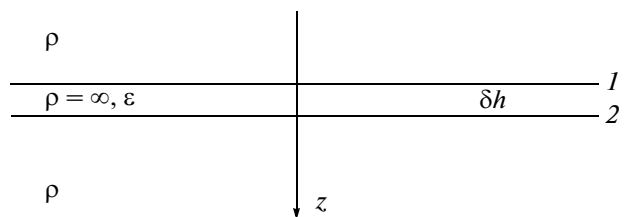


Рис. 8. Тонкий изолирующий слой.

$$[\zeta] = \zeta_1 \delta h, \quad [\zeta'] = -\zeta_1 \frac{\delta h}{\alpha \rho \varepsilon} (\lambda^2 + \alpha^2 \mu_0 \varepsilon). \quad (16)$$

Для каждого члена ряда (14) (индекс j опустим) определим условия для ζ :

$$\begin{aligned} \zeta_{zz}'' + u^2 \zeta &= 0, \quad 0 < z < 2h, \quad (z \neq h), \\ \zeta(0) = \zeta(2h) &= 0, \quad [\zeta']|_{z=h} = -\frac{\delta h}{\varepsilon \alpha \rho} \times \\ &\times (\lambda^2 + \alpha^2 \mu_0 \varepsilon) \zeta(h), \quad [\zeta]|_{z=h} = \zeta_1 \delta h. \end{aligned} \quad (17)$$

В каждой из областей, разделенных диэлектрической границей, получаем решение (переходя к “тригонометрическому” решению):

$$\begin{aligned} \zeta_1(z) &= a \sin(uz), \quad 0 \leq z \leq h, \\ \zeta_2(z) &= b \sin[u(z - 2h)], \quad h \leq z \leq 2h. \end{aligned} \quad (18)$$

Мы уже учли условия на верхней и нижней границе. Используя условия при $z = h$, получим значения a , b и уравнение для α :

$$s^2 \frac{\delta h}{\varepsilon \alpha \rho} (\lambda^2 + \alpha^2 \mu_0 \varepsilon) - c^2 u^2 \delta h = 2csu,$$

где $u^2 = \frac{\alpha \mu_0}{\rho} - \lambda^2$, $s = \sin(uh)$, $c = \cos(uh)$. На поздних временах ($t \rightarrow \infty$) интеграл (13) определяется при $\lambda \rightarrow 0$, ряд (14) определяется первым членом, а нас интересует такое α_1 , которое стремится к 0 при $\lambda \rightarrow 0$ [Тихонов и др., 1950]. Устраивает только $\alpha \sim \lambda^2$, так что

$$a = 1, \quad b = -1, \quad \alpha \cong \frac{\delta h h}{2\rho \varepsilon} \lambda^2. \quad (19)$$

Для определения коэффициентов в (14) используется ортогональность функций ζ_j (индекс j опускаем):

$$C = \frac{\lambda^2}{u^2} \int_0^{2h} \bar{Z} \zeta dz \Big/ \int_0^{2h} \zeta^2 dz. \quad (20)$$

Стационарное решение, которое есть начальное значения для ряда (14), удовлетворяет краевой задаче:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{zz}'' - \lambda^2 \bar{Z} &= 0, \quad 0 < z < h, \\ \bar{Z}(0) = \bar{Z}(h) &= 0, \\ [\bar{Z}'_z]|_{z=z_0} &= 0, \quad [\bar{Z}]|_{z=z_0} = 2J_1(\lambda r_0), \end{aligned} \quad (21)$$

где r_0 — радиус источника. Мы обрезали область определения значением $z = h$. Вообще говоря, следует еще учесть наличие электрического поля в изолирующем тонком слое, но это малая добавка. Решение ниже источника, который мы поместим на дневную границу (но “снизу”), есть (при $r_0 \ll h, z$):

$$\bar{Z}(z) = r_0^2 \lambda \frac{\text{sh}[\lambda(h-z)]}{2\text{sh}(\lambda h)}.$$

Теперь вычислим:

$$\begin{aligned} \int_0^{2h} \bar{Z} \zeta dz &= \frac{r_0^2 \lambda}{\lambda^2 + u^2} \frac{\lambda \sin(uh)}{2\text{sh}(\lambda h)}, \\ \int_0^{2h} \zeta^2 dz &= -h \left[1 + \left(\frac{\sin(uh)}{uh} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

При $\lambda \rightarrow 0$ (поздние времена) можно получить такую формулу для радиального градиента на дневной поверхности:

$$E_r = \frac{I r_0^2 \rho}{16\pi h} \int_0^\infty J_1(\lambda r) \lambda^2 \exp\left(-t \frac{\delta h}{2\rho \varepsilon} \lambda^2\right) d\lambda. \quad (22)$$

Известен интеграл:

$$\int_0^\infty J_1(\lambda r) \lambda^2 \exp(-\alpha \lambda^2) d\lambda = \frac{r}{4\alpha^2} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha}\right).$$

Так что для больших t имеем:

$$E_r = \frac{I r_0^2 r \rho^3}{16\pi h^3} \frac{\varepsilon^2}{\delta h^2} \frac{1}{t^2}. \quad (23)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ

Простая формула (23) прекрасно описывает позднюю стадию процессов, подобных отображенным на рис. 6 и рис. 7 (при равных сопротивлениях верхнего и нижнего слоев). Мы также обратились к специалистам по численному моделированию методом конечных элементов (МКЭ), и расчеты этим методом вполне подтвердили результаты на рис. 6 и 7 в полном диапазоне времен. Между прочим, при применении МКЭ для обсуждаемой задачи потребовалась много большая область расчета по латерали (“бак”), чем это было определено для чисто квазистационарных задач. Причем при понижении сопротивления размеры бака нужно было увеличивать — вопреки “квазистационарному” опыту. Можно сделать предположение, что в тонком изолирующем слое распространяется волна и тем лучше, чем более проводящие слои сверху и снизу (“волноводный” эффект).

Приведем сравнение расчетов по трем методам — через частотную область (интеграл Фурье), МКЭ и во временной области (метод Тихонова, ряд Фурье) для сопротивления верхнего и нижнего слоев 10 Ом. Относительная диэлектрическая проницаемость слоя-изолятора — 50 (используем модель на рис. 5а). На рис. 9 представлены кривые становления (E_r на дневной поверхности). Заметим, в методе МКЭ для расчетов в требуемом диа-

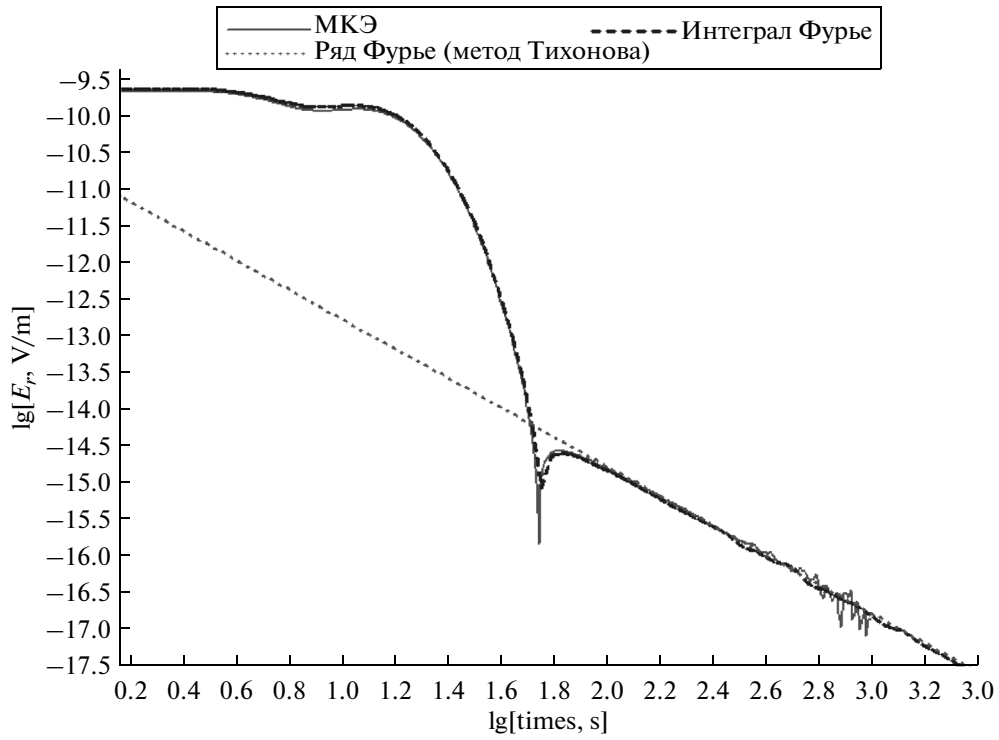


Рис. 9. Сравнение расчетов по трем методикам.

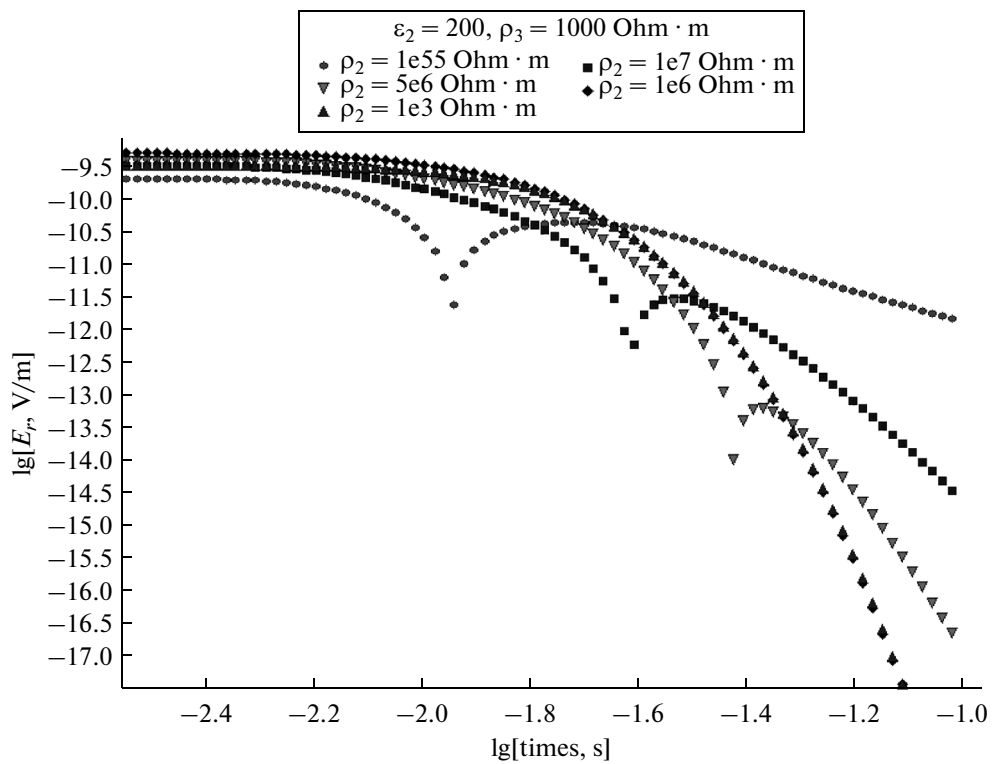


Рис. 10. Зависимость от сопротивления высокоомного горизонта.

пазоне времен потребовался “бак” радиусом 560000 м!

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Результаты, показанные на рис. 6 и рис. 7, конечно, довольно шокирующие для электроразведки. Но сразу возникает вопрос о практической применимости этих эффектов. Реальная геологическая среда не является никогда идеальным изолятором. Как повлияет на роль токов смещения конечная проводимость экрана? На рис. 10 показана эта зависимость. Видно, что снижение сопротивления экрана даже до 1000000 Ом м, приводит к тому, что кривые для такого сопротивления и для 1000 Ом м (т.е. экран сливается с нижележащим слоем) практически близки в поздней стадии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в сверхранней стадии становления (в приповерхностных зондированиях), токи смещения могут иметь определяющее значение для любого источника поля. Математический аппарат традиционной электроразведки (решение в частотной области с последующей трансформацией Фурье) в этом случае должен серьезно модифицироваться. Картина волновых процессов для полей ТЕ- и ТМ-типов различна. Основное отличие состоит в том, что ТМ-источник (круговой электрический диполь или вертикальный электрический диполь) не дает волны в воздухе.

Но наши исследования показывают также, что в глубинных зондированиях в средах с изолирующими включениями токи смещения также могут играть большую роль при возбуждении ТМ-поля-

ризованного поля. Этот результат имеет принципиальное значение. Однако в силу конечной проводимости реальной геологической среды, актуальность этой проблемы на практике сильно снижается. Кроме того, наш результат получен для одномерной модели среды, роль которой на практике ограничена.

Завершая, мы должны выразить признательность М.Г. Персовой и Ю.Г. Соловейчику за весьма трудоемкие и нестандартные расчеты, выполненные по методу конечных элементов, без которых приведенные результаты не обладали бы законченной достоверностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Могилатов В.С.* Элементы математического аппарата зондирования становлением поля при учете токов смещения // *Физика Земли*. 1997. № 9. С. 60–66.
- Могилатов В.С.* Возбуждение электромагнитного поля в слоистой Земле горизонтальным токовым листом // *Физика Земли*. 1998. № 5. С. 45–53.
- Тихонов А.Н., Скугаревская О.А.* О становлении электрического тока в неоднородной среде. II // *Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.* 1950. Т. 14. № 4. С. 281–293.
- Уэйт Дж. Р.* Геоэлектромагнетизм (пер. с англ.) М.: Недра. 1987. 235 с.
- Шейнман С.М.* Об установлении электромагнитных полей в земле // *Прикл. геофизика*. М.: Гостоптехиздат. 1947. Вып. 9. С. 3–55.
- Bhattacharyya B.K.* Electromagnetic fields of a transient magnetic dipole on the earth's surface // *Geophysics*. 1959. V. 24. № 1. P. 89–108.
- Mogilatov V.* Excitation of a half-space by a radial current sheet source // *Pure and applied geophysics*. 1996. V. 147. № 4. P. 763–775.