

УДК 550.837.6

## УЧЕТ ДВУХОСНОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ В ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

© 2009 г. В. С. Могилатов<sup>1</sup>, А. Н. Беспалов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИНГГ СО РАН, г. Новосибирск

<sup>2</sup>Компания “Бэйкер Хьюз”, г. Хьюстон, США

Поступила в редакцию 15.05.2008 г.

В прикладных исследованиях для электромагнитного каротажа и электроразведки среда предполагается, как правило, либо изотропной, либо с обычной анизотропией проводимости. Между тем, имеется много указаний на то, что среда может обладать даже и двухосной анизотропией, т.е. по всем трем направлениям –  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  сопротивления различны. В работе рассматривается на основе аналитического решения методом разделения переменных алгоритм для расчета электромагнитного поля в слоистой среде с двухосной анизотропией проводимости с произвольным направлением горизонтальных проводимостей в каждом слое. Теоретическое решение и алгоритм в этом случае обладают существенной спецификой, и численная реализация связана с рядом проблем. Эти проблемы рассмотрены и решены в значительной мере благодаря постоянному сопоставлению с расчетами методом конечных элементов и их анализу. Созданы программы расчета электромагнитных полей в частотной и временной областях, и получены интересные результаты с геоэлектрической точки зрения. Например, появление вертикальной электрической компоненты поля при возбуждении горизонтально-слоистого разреза вертикальным магнитным диполем.

PACS: 91.50.Iv

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование для геоэлектрики, как на стадии проектирования, так и в процессе обработки полевых данных до сих пор учитывало только обычную анизотропию. Предполагалось, что горизонтальное сопротивление одинаково во всех направлениях. Между тем, имеется много указаний на то, что среда может обладать даже и двухосной анизотропией, т.е. по всем трем направлениям –  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  сопротивления различны. Собственно, если подумать, то зависимость горизонтального сопротивления от направления является как раз естественной. В процессе осадконакопления (образования формаций) всегда присутствуют господствующие по направлению факторы – атмосферные движения, течения воды. Также последующие изменения могли быть не изотропными (трещиноватость, например). В многослойной среде направление горизонтальной анизотропии, разумеется, может быть разным в каждом слое. Такой взгляд уже является вполне обычным в электромагнитном каротаже, где среда, ее слоистость, рассматривается весьма подробно.

При наземных электромагнитных зондированиях среда параметризуется много более масштабно. Рассматриваются однородные многометровые слои (10–1000 м), которые являются результатом некоторого осреднения и в которых, возможно, горизон-

тальная анизотропия нивелируется, но, также возможно, и остается существенной. Некоторые факты из области практической электроразведки указывают на существование такой анизотропии. Наиболее простой и известный – зависимость сигнала от ориентации установок с заземленными линиями (если, конечно, исключены другие факторы).

Таким образом, мы имеем теперь существенно более сложную геоэлектрическую модель среды, хотя и по-прежнему одномерную. Каждый слой описывается пятью параметрами – мощность, три значения сопротивления (по трем направлениям –  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) и угол направления горизонтальных сопротивлений. Математический аппарат соответственно усложняется, и возможности аналитического подхода оказываются почти исчерпанными.

Ранее проблема взаимодействия гармонического электромагнитного поля и двухосной анизотропной среды рассматривалась, разумеется. Приведем, например, работы [Табаровский, Эпов, 1977; Sheen, 2005]. Изучение решений для слоистой двухосно-анизотропной с точки зрения численной реализации привело нас к необходимости построить свое собственное решение.

### 2. ОДНОРОДНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Рассмотрим гармоническое электромагнитное поле в однородной анизотропной среде с двухосной

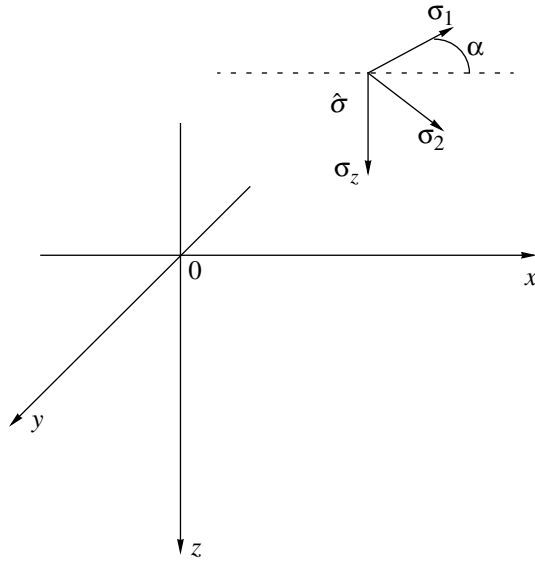


Рис. 1. Система координат и модель анизотропии.

анизотропией. Горизонтальные направления анизотропии не совпадают с направлениями осей системы координат и расходятся на угол  $\alpha$  (рис. 1). Т.е.

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha, & \sigma_{yy} &= \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha, \\ \sigma_{xy} &= (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \alpha \sin \alpha, & \sigma_{yx} &= \sigma_{xy}, & \sigma_{zz} &= \sigma_2. \end{aligned}$$

Рассмотрим однородную систему уравнений Максвелла (в квазистационарном приближении):

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \hat{\sigma} \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega \mu \mathbf{H}, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \\ \operatorname{div} (\hat{\sigma} \mathbf{E}) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

всюду, кроме точек со сторонним током.

Отделим латеральные координаты, применив к задаче двойное преобразование Фурье:

$$F(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta, z) e^{i\xi x} e^{i\eta y} d\xi d\eta. \quad (3)$$

В пространстве гармоник имеем одномерную задачу:

$$\begin{cases} i\eta h_z - (h_y)'_z = \sigma_{xx} e_x + \sigma_{xy} e_y, \\ (h_x)'_z - i\xi h_z = \sigma_{yx} e_x + \sigma_{yy} e_y, \\ i\xi h_y - i\eta h_x = \sigma_z e_z, \\ i\eta e_z - (e_y)'_z = i\omega \mu h_x, \\ (e_x)'_z - i\xi e_z = i\omega \mu h_y, \\ i\xi e_y - i\eta e_x = i\omega \mu h_z, \\ i\xi \sigma_{xx} e_x + i\xi \sigma_{xy} e_y + i\eta \sigma_{yx} e_x + i\eta \sigma_{yy} e_y = -\sigma_z (e_z)'_z, \\ i\xi h_x + i\eta h_y = -(h_z)'_z. \end{cases} \quad (4)$$

Решаем сначала систему (4) в однородной области, не содержащей источники (однородная задача). Выберем из системы уравнений (4) четыре уравнения

$$\begin{cases} i\xi h_y - i\eta h_x = \sigma_z e_z, \\ i\xi \sigma_{xx} e_x + i\xi \sigma_{xy} e_y + i\eta \sigma_{yx} e_x + i\eta \sigma_{yy} e_y = -\sigma_z (e_z)'_z, \\ i\xi e_y - i\eta e_x = i\omega \mu h_z, \\ i\xi h_x + i\eta h_y = -(h_z)'_z, \end{cases} \quad (5)$$

которые дают выражения горизонтальных компонент через вертикальные. Или,

$$\begin{cases} \xi b_y - \eta b_x = j, \\ \xi k_1 e_x + \eta k_2 e_y = -j', \\ \xi e_y - \eta e_x = b, \\ \xi b_x + \eta b_y = -b', \end{cases} \quad (6)$$

где

$$k_1 = k_{xx} + \frac{\eta}{\xi} k_{yx}, \quad k_2 = \frac{\xi}{\eta} k_{xy} + k_{yy},$$

$j = k_{zz} e_z$ ,  $b_\alpha = i\omega \mu h_\alpha$ ,  $k_{ab} = i\omega \mu \sigma_{ab}$ ,  $b = b_z$ ,  $f'$  — означает производную по  $z$ , и пишем  $\xi$  и  $\eta$  вместо  $i\xi$  и  $i\eta$ .

Получим следующие выражения для горизонтальных компонент

$$\begin{aligned} b_x &= -\frac{1}{\lambda^2} (\eta j + \xi b'), & e_x &= -\frac{1}{t^2} (\xi j' + \eta k_2 b), \\ b_y &= \frac{1}{\lambda^2} (\xi j - \eta b'), & e_y &= -\frac{1}{t^2} (\eta j' - \xi k_1 b), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\lambda^2 = \xi^2 + \eta^2$ ,  $t^2 = \xi^2 k_1 + \eta^2 k_2$ .

Таким образом, следует найти сначала  $b$  и  $j$ , для чего возьмем из (4) два неиспользованных еще уравнения. Например (в наших обозначениях),

$$\begin{cases} \eta b - b'_y = k_{xx}e_x + k_{xy}e_y, \\ e'_x - \xi \frac{j}{k_{zz}} = b_y, \end{cases} \quad (8)$$

Подставляя сюда выражения для горизонтальных компонент (7) и учитывая, что частное решение для любой компоненты есть  $S \exp(pz)$ , получим однородную систему для определения  $b$  и  $j$ :

$$\begin{aligned} b\eta \left[ \lambda^2 + \frac{\lambda^2}{t^2} (k_{xx}k_{yy} - k_{xy}k_{yx}) + p^2 \right] + \\ + jp\xi \left( \frac{\lambda^2}{t^2} k_1 - 1 \right) = 0, \\ bp\eta \left( \frac{\lambda^2}{t^2} k_2 - 1 \right) + j\xi \left( \frac{\lambda^2}{t^2} p^2 + 1 + \frac{\lambda^2}{k_z} \right) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Определитель этой системы должен быть равен 0 и это дает уравнение для  $p$ :

$$\begin{aligned} p^4 + bp^2 + c = 0, \\ b = \frac{t^2}{k_z} + \lambda^2 + \lambda^2 \frac{\delta - k_1 k_2}{t^2} + k_1 + k_2, \\ c = \left( \frac{t^2}{k_z} + \frac{\delta}{k_z} \right) (\lambda^2 + k_z) = 0, \\ \delta = k_{xx}k_{yy} - k_{xy}k_{yx}. \end{aligned} \quad (10)$$

Получаем также соотношение для  $b$  и  $j$ :

$$j = -\xi\eta p \frac{k_z(k_2 - k_1)}{\lambda^2 p^2 k_z + t^2(\lambda^2 + k_z)} b. \quad (11)$$

Уравнение (10) есть квадратное уравнение для  $p^2$  и мы имеем 4 решения  $-\pm p_1, \pm p_2$ , что дает нам такое общее решение для каждой компоненты:

$$f = C_1 \exp(p_1 z) + C_2 \exp(-p_1 z) + C_3 \exp(p_2 z) + C_4 \exp(-p_2 z).$$

### 3. УСЛОВИЯ НА ГРАНИЦЕ

Рассмотрим теперь горизонтальную границу, разделяющую однородные области среды с разным тензором проводимости. На такой границе (не содержащей сторонних токов) непрерывны горизонтальные компоненты и это, с учетом (4) и (7), дает

следующие условия сопряжения для введенных нами функций  $b$  и  $j$  и их производных:

$$\begin{aligned} [b]_{z=z_i} &= 0, \\ [b']_{z=z_i} &= 0, \\ [j]_{z=z_i} &= 0, \\ [j'/t^2]_{z=z_i} &= \xi\eta \frac{k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22}}{t_1^2 t_2^2} b, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $k_\alpha$  и  $t^2$  определены выше, а индексы 1, 2 относятся к нижней и верхней среде по отношению к границе ( $z = z_i$ ).

### 4. УЧЕТ ИСТОЧНИКА

Учтем источник, помещенный возможно и на границе раздела двух сред в точке  $z = z_0$ . Наш источник – магнитный диполь. Если диполь вертикальный, то его можно представить как частный случай произвольного распределения поверхностного стороннего тока в плоскости  $z = z_0$  (в А/м). Условия сопряжения электромагнитного поля на такой границе физически прозрачны:

$$\begin{aligned} [H_x]_{z=z_0} &= -j_y^E(x, y), \\ [H_y]_{z=z_0} &= j_x^E(x, y), \\ [E_x]_{z=z_0} &= 0, \\ [E_y]_{z=z_0} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассматривая вертикальный магнитный диполь (ВМД), как маленькую токовую петлю в полярной системе координат имеющую только  $j_\phi^{cm}(r)$ , причем  $j_\phi^{cm}(r) = I\delta(r - a)$ , нетрудно получить в пространстве Фурье образное условие:

$$[h'_z]_{z=z_i} = -M_z \lambda^2, \quad (14)$$

где  $M_z = \pi a^2$ .

Горизонтальный магнитный диполь (ГМД) рассмотрим как частный случай произвольного распределения поверхностного стороннего магнитного тока в плоскости  $z = z_0$  (в Амперах). Условия сопряжения электромагнитного поля на такой границе есть:

$$\begin{aligned} [E_x]_{z=z_0} &= i\omega\mu j_y^M(x, y), \\ [E_y]_{z=z_0} &= -i\omega\mu j_x^M(x, y), \\ [H_x]_{z=z_0} &= 0, \\ [H_y]_{z=z_0} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Или в пространстве гармоник:

$$\begin{aligned} [e_x]_{z=z_0} &= \mathbf{i}\omega\mu M_y, \\ [e_y]_{z=z_0} &= -\mathbf{i}\omega\mu M_x. \end{aligned} \quad (16)$$

Исходя из этих условий и пользуясь выражениями горизонтальных компонент через вертикальные (7), получим условия сопряжения для введенных нами функций  $b$  и  $j$  ( $j = k_z e_z$ ,  $b = \mathbf{i}\omega\mu h_x$ ):

1) вертикальный магнитный диполь ( $M_z$ )

$$\begin{aligned} [b]_{z=z_0} &= 0, \\ [b']_{z=z_0} &= \mathbf{i}\omega\mu\lambda^2 M_z, \\ [j]_{z=z_0} &= 0, \\ [j'/t^2]_{z=z_0} &= \xi\eta \frac{k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22}}{t_1 t_2^2} b, \end{aligned} \quad (17)$$

2) горизонтальный магнитный диполь ( $M_x$ )

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{t^2} (\eta j' - \xi k_1 b) \right]_{z=z_0} &= \mathbf{i}\omega\mu M_x, \\ [b']_{z=z_0} &= 0, \\ [j]_{z=z_0} &= 0, \\ \left[ \frac{1}{t^2} (\xi j' + \eta k_2 b) \right]_{z=z_0} &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

3) горизонтальный магнитный диполь ( $M_y$ )

$$\begin{aligned} \left[ \frac{1}{t^2} (\eta j' - \xi k_1 b) \right]_{z=z_0} &= 0, \\ [b']_{z=z_0} &= 0, \\ [j]_{z=z_0} &= 0, \\ \left[ \frac{1}{t^2} (\xi j' + \eta k_2 b) \right]_{z=z_0} &= -\mathbf{i}\omega\mu M_y. \end{aligned} \quad (19)$$

Напоминаем, что

$$k_1 = k_{xx} + \frac{\eta}{\xi} k_{yx}, \quad k_2 = \frac{\xi}{\eta} k_{xy} + k_{yy}$$

$k_{xy} = k_{yx}$ ,  $k_{zz} \equiv k_z$ ,  $j = k_{zz} e_z$ ,  $b_\alpha = \mathbf{i}\omega\mu h_\alpha$ ,  $k_{ab} = \mathbf{i}\omega\mu \sigma_{ab}$ ,  $b = b_z$ ,  $f'$  — означает производную по  $z$ , и пишем  $\xi$  и  $\eta$  вместо  $\mathbf{i}\xi$  и  $\mathbf{i}\eta$ .

Формулы (17)–(19) выражают условия сопряжения в самом общем виде, когда источник помещен на реальную границу раздела сред с разными параметрами. Если источника нет, то мы имеем условия перехода границы без источника, полученные нами выше (12). С другой стороны, если источник нахо-

дится в однородной среде, то условия можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} [b]_{z=z_0} &= \mathbf{i}\omega\mu (\xi M_x + \eta M_y), \\ [b']_{z=z_0} &= \mathbf{i}\omega\mu \lambda^2 M_z, \\ [j]_{z=z_0} &= 0, \\ [j']_{z=z_0} &= -\mathbf{i}\omega\mu (\eta k_2 M_x - \xi k_1 M_y). \end{aligned} \quad (20)$$

## 5. РЕКУРСИИ

Рассмотрим один из ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ )  $N$  слоев горизонтально-слоистой геоэлектрической модели. В каждом однородном слое (индекс  $i$  опускаем) решаем квадратное уравнение для  $p_2$

$$\begin{aligned} p^4 + bp^2 + c &= 0, \\ b &= \frac{t^2}{k_z} + \lambda^2 + \lambda^2 \frac{\delta - k_1 k_2}{t^2} + k_1 + k_2, \end{aligned}$$

$$c = \left( \frac{t^2}{k_z} + \frac{\delta}{k_z} \right) (\lambda^2 + k_z) = 0,$$

$$\delta = k_{xx} k_{yy} - k_{xy} k_{yx}.$$

и имеем 4 решения  $-\pm p_1, \pm p_2$ . Это значит, что в однородном слое мы должны искать решение в виде

$$b = C_1 \exp(p_1 z) + C_2 \exp(-p_1 z) + C_3 \exp(p_2 z) + C_4 \exp(-p_2 z)$$

$$b' = C_1 p_1 \exp(p_1 z) - C_2 p_1 \exp(-p_1 z) + C_3 p_2 \exp(p_2 z) - C_4 p_2 \exp(-p_2 z),$$

$$j = C_1 \alpha_1 \exp(p_1 z) - C_2 \alpha_1 \exp(-p_1 z) + C_3 \alpha_2 \exp(p_2 z) - C_4 \alpha_2 \exp(-p_2 z),$$

$$j' = C_1 p_1 \alpha_1 \exp(p_1 z) + C_2 p_1 \alpha_1 \exp(-p_1 z) + C_3 p_2 \alpha_2 \exp(p_2 z) + C_4 p_2 \alpha_2 \exp(-p_2 z),$$

где мы воспользовались связью, возникающей в двухосно-анизотропной среде:

$$j = \alpha b,$$

$$\alpha = -\xi\eta p \frac{k_z (k_2 - k_1)}{\lambda^2 p^2 k_z + t^2 (\lambda^2 + k_z)}.$$

Коэффициенты  $C_1, C_2, C_3, C_4$  можно выразить через значения наших функций  $b, b', j, j'$  на нижней границе слоя или на верхней и получить, таким образом, алгоритм пересчета функций с одного уровня на другой при движении по области вниз или вверх. Итак

$$\begin{aligned} b_- &= p c_1 - r s_1 + s c_2 - t s_2, \\ b'_- &= p p_1 c_1 - r p_1 s_1 + s p_2 c_2 - t p_2 s_2, \\ j_- &= p \alpha_1 c_1 - r \alpha_1 s_1 + s \alpha_2 c_2 - t \alpha_2 s_2, \\ j'_- &= p \alpha_1 p_1 c_1 - r \alpha_1 p_1 s_1 + s \alpha_2 p_2 c_2 - t \alpha_2 p_2 s_2, \end{aligned} \quad (21)$$

Таблица 1

Номер слоя	$\rho_x$ , Ом м	$\rho_y$ , Ом м	$\rho_z$ , Ом м	Угол, град.	Мощность, м
0	1	2	4	30	Верхнее полупространство
1	2	3	20	0	3
2	0.1	0.2	0.3	-30	Нижнее полупространство

где  $s_{1,2} = u \operatorname{sh}(p_{1,2}h)$ ,  $c_{1,2} = \operatorname{ch}(p_{1,2}h)$ ,  $u = 1$ , если “вниз”, т.е. выражаем значения на нижнем уровне через значения на верхнем,  $u = -1$ , если “вверх”,  $h$  – шаг пересчета по оси  $z$  (в частности, мощность слоя) и

$$p = \frac{bp_2\alpha_2 - j'}{p_2\alpha_2 - p_1\alpha_1}, \quad r = \frac{b'\alpha_2 - jp_2}{p_2\alpha_1 - p_1\alpha_2},$$

$$s = \frac{b'\alpha_1 - jp_1}{p_2\alpha_1 - p_1\alpha_2}, \quad t = \frac{bp_1\alpha_1 - j'}{p_2\alpha_2 - p_1\alpha_1}.$$

Теперь мы можем “двигаться” по области вверх и вниз, пользуясь пересчетом на шаг  $h$  (21) и переходя границы с условиями (12). Далее алгоритм состоит в том, что мы определяем решение в верхнем полупространстве как  $b = A \exp(p_{01}z) + B \exp(p_{02}z)$ , а в нижнем – как  $b = C \exp(-p_{N1}z) + D \exp(-p_{N2}z)$  и движемся к источнику снизу и сверху. Коэффициенты  $A, B, C, D$  найдем, удовлетворяя условиям в источнике (17)–(19) или (20).

## 6. РАСЧЕТЫ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ И ТЕСТИРОВАНИЕ

По приведенному выше алгоритму была написана программа VIAMAG2 (FORTRAN). Основные проблемы нового алгоритма по сравнению с алгоритмами для обычной анизотропии связаны с двумя обстоятельствами. Первое состоит в том, что вместо одномерного преобразования Ханкеля мы вынуждены теперь применять двойное преобразование Фурье. Это требует принципиально гораздо больше времени для расчетов. Вторая трудность возникает из-за связи магнитной и электрической мод (точнее, из-за связи  $h_z$  и  $e_z$ ). Численная реализация рекурсивных алгоритмов в многослойных средах при этом становится менее устойчивой и требует дополнительных мер.

На этом этапе большое значение имело постоянное сопоставление расчетов по новой программе с расчетами, выполняемыми методом конечных элементов в программе FEMCYL3D. Программа FEMCYL3D фирмы Baker Hughes предназначена для трехмерного математического моделирования приборов электромагнитного каротажа [Bespalov, 2007]. Она осуществляет численное решение гармонических по времени уравнений Максвелла. Дискретизация задачи производится методом конечных элементов на цилиндрической сетке, равномерной

по азимуту, с использованием “реберных” базисных функций Неделека, адаптированных к цилиндрической геометрии. Возникающая при этом алгебраическая система решается итерационным методом минимальных невязок (обобщенным), с использованием переобуславливателя для ускорения сходимости. В качестве переобуславливателя используется сеточный оператор, максимально близкий к оператору задачи, однако не имеющий азимутальной зависимости элементов. Данное обстоятельство позволяет применить для обращения переобуславливателя быстрое дискретное Фурье-преобразование по азимуту, превращающее трехмерную сеточную задачу в набор независимых друг от друга двумерных задач. Эти двумерные задачи решаются прямым методом Гаусса, с использованием оптимального порядка исключения по методу вложенных разбиений

Программа FEMCYL3D не ограничивает каким-либо образом характер и пространственное распределение электромагнитных коэффициентов среды: в каждой точке проводимость, а также диэлектрическая и диамагнитная проницаемости могут быть произвольными полными тензорами.

Таким образом, отладка и тестирование программы VIAMAG2 производились на основе сравнений расчетов с расчетами по методу конечных элементов (the finite element discretization – FED), произведенными для трехслойной среды с разными направлениями анизотропии в каждом слое (табл. 1).

На рис. 2 и рис. 3 приводится это сравнение для двух частот для мнимых частей магнитных компонент  $H_x$  от горизонтального ( $M_x$ ) и  $H_z$  от вертикального ( $M_z$ ) магнитных диполей (ГМД и ВМД). На горизонтальной оси отложены положения источника, который располагается на 1 м ниже точки наблюдения по вертикали. Первая граница среды расположена на уровне 0.

Результаты тестирования показывают, что разработанный алгоритм вполне удовлетворительно (в прикладном смысле), даже если отнести все расхождения на счет программы VIAMAG2, обеспечивает расчет всех компонент гармонического электромагнитного поля наклонного магнитного диполя в двухосно-анизотропной среде. Причем, расчеты (VIAMAG2 и FED) сделаны именно в классе “двухосных” моделей и расхождение между ними много меньше влияния самого факта горизонтальной анизотропии.

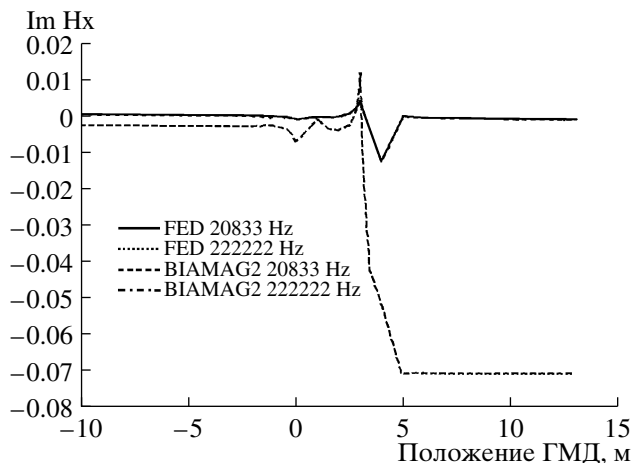


Рис. 2. Сравнение расчетов по программе BIAMAG2 и методом FED.

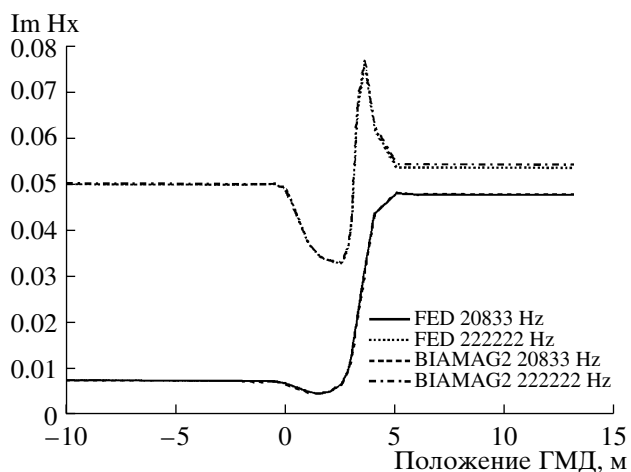


Рис. 3. Сравнение расчетов по программе BIAMAG2 и методом FED.

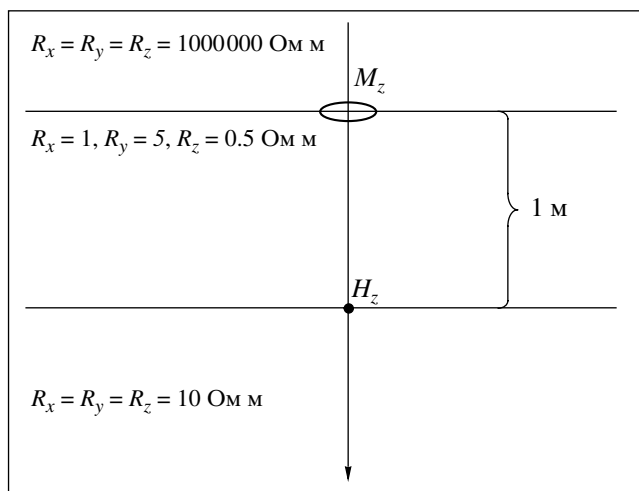


Рис. 4. Модель среды, положение источника и точки наблюдения в тестовом расчете.

Другое тестовое сравнение, интересное с точки зрения применимости развитого алгоритма в условиях наземной геоэлектрики, было проведено для модели, показанной на рис. 4.

В этом случае установка была неподвижной, а расчеты были проведены для серии частот. Источник (ВМД) располагался на границе между практически изолирующим полупространством и проводящим двухосно анизотропным слоем, подстилаемым проводящим изотропным полупространством. Поле ( $H_z$ ) наблюдалось на второй границе. Как и в предыдущем примере, расчеты сравнивались с расчетами по методу конечных элементов.

## 7. РАСЧЕТЫ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Программа BIAMAG2 была написана прежде всего для целей индукционного каротажа. На ее основе несложно создать процедуру расчета поля установления. Во временной области мы не имели возможности провести нетривиальное (т.е., именно для двухосно анизотропной модели) тестирование. Однако, используя хорошо проверенную процедуру в частотной области и применяя совершенно стандартные процедуры численной трансформации Фурье, давно используемые нами в известных системах обработки электроразведочных данных (“Подбор”, “Выбор-ЗС”), мы вполне уверены в результатах. Именно в переходном режиме мы намерены продемонстрировать новый феномен, возникающий в двухосно анизотропной среде.

В табл. 2 представлен трехслойный разрез, второй слой которого обладает двухосной анизотропией. Источником служит вертикальный магнитный диполь ( $M_z = 1013 \text{ А м м}$ ), помещенный на дневной поверхности. Наблюдение ведем на глубине 200 м, т.е на второй границе в точке с координатами  $x = 200 \text{ м}$ ,  $y = 200 \text{ м}$  (поскольку вертикальные сопротивления одинаковы, неважно – снизу или сверху границы). Диапазон регистрации отклика от 1 мс до 5 секунд. На рис. 5 представлены кривые становления для всех трех компонент электрического поля –  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ . Как видим, вертикальная компонента, которая в обычной изотропной или анизотропной с одной осью среде отсутствует, здесь вполне сравнима с горизонтальными.

Геофизики, даже и не электроразведчики, хорошо знают некоторые факты электроразведки ЗС такие, как возбуждение только горизонтальной системы вторичных токов в земле, если источник – токовая петля, располагаемая на горизонтальной поверхности (дневной, например). Но для двухосно анизотропной среды это, как видим, несправедливо. Теоретически этот результат, конечно, нетрудно получить, но наши расчеты дают количественную оценку, которая показывает, что эффект может быть весьма существенным.

Таблица 2

№ слоя	Мощность, м	$\rho_x$ , Ом м	$\rho_y$ , Ом м	$\rho_z$ , Ом м
1	200	5	5	5
2	100	0.1	1	5
3	$\infty$	100	100	100

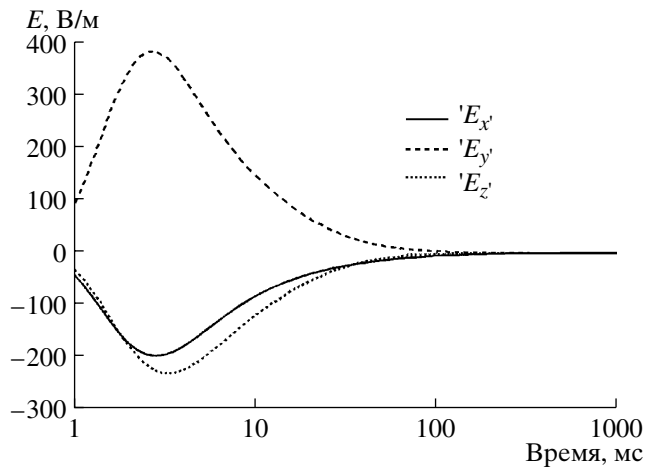


Рис. 5. Кривые становления всех компонент градиента электрического поля.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанное в работе математическое обеспечение для геоэлектрики в средах с двухосной проводимостью в формате зондирования становлением, основанное на аналитическом решении, несмотря на трудности численной реализации, вполне компактно, не требует больших ресурсов компьютера, автономно и доступно широкому кругу электроразвед-

чиков. Отмеченный в статье один из эффектов двухосной анизотропии – появление вертикальной компоненты электрического поля, притом существенной, при возбуждении горизонтальным токовым контуром – может иметь разнообразные и неожиданные последствия, которые полезно иметь в виду при качественной интерпретации данных зондирования становлением, например. Впрочем, вопрос этот весьма зависит от наличия и распространности двухосной анизотропии проводимости в реальной геосреде.

В данной работе мы рассматривали индуктивное возбуждение. Ясно, что вопрос о влиянии горизонтальной анизотропии на поле заземленной электрической линии имеет еще большее практическое значение. Мы намерены в самое ближайшее время и вслед этой работе представить результаты для заземляемых источников.

Отмечаем, что первоначально работы были инициированы в рамках проекта 3DEX (многочастотные, многокомпонентные, каротажные электромагнитные зондирования) компании “Бэйкер Хьюз”. Мы благодарны сотруднику этой компании Михаилу Рабиновичу за активное содействие этой работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Табаровский Л.А., Эпов М.И. Электромагнитное поле гармонических источников в слоистой анизотропной среде // Геология и геофизика. 1977. № 1. С. 101–109.
- Bespalov A. Simulation of electromagnetic well-logging tools by the Nedelec edge finite elements. SEG Expanded Abstracts. 26, 673. 2007. P. 673–677.
- Sheen J. Time Harmonic Electromagnetic fields in an Biaxial Anisotropic Medium. J. of Electromagn // Waves and Appl. 2005. V. 19. N. 6. P. 753–767.